Еугенија Михал, Ивана Љубојевић

ОСЦИЛАЦИЈЕ И ПЕРИОДИЧНО КРЕТАЊЕ

2013.

Садржај:

1. УВОД..3

2. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА..5

3. ЕКСПЕРИМЕНТИ..30

4. ЗАКЉУЧАК...47

5. ЛИТЕРАТУРА...48

1. УВОД

Знања која ученици данас стичу су углавном енциклопедијска,у већој мјери површна,недовољно трајна и дубока.Из тих разлога савремена настава физике мора бити тако организована да се ученицима створе околности у чијим оквирима они самостално откривају већ откривена знања у науци.Таквим радом ученик се најчешће суочава са овим питањима:Шта си урадио?Шта си записао?Шта си запазио?Шта закључујеш?Да би нашли одговор на та и слична питања потребно је нешто израчунати,нацртати граф,размислити или урадити више експеримената.Важно је да оваквим поступком ученик пролази кроз све фазе рада карактеристичне за научно истраживање.На тај начин постиже се трајност знања,стичу радне навике и шири научни и технички видокруг ученика.

Метода лабораторијских радова постаје неопходна у наставном процесу,јер она најдиректније упућује ученика у свијет науке.Оспособити ученика да истражује проблеме,изврши нумеричку обраду резултата,изводи анализу и доноси закључке крајњи је циљ савремене наставе физике.Остварити тај циљ могуће је само онда ако се ученик привикава на самостални рад у лабораторији.Једно је објаснити некакав физички феномен,а сигурно је сасвим друго омогућити ученику да тај феномен проучава.

Рад у лабораторији је метода у којој :

- се ученици срећу са одређеном физичком појавом;
- ученици стичу навику коришћења апаратура;
- ученици стичу умијеће планирања извођења експеримента;
- ученици стичу умијеће обраде резултата експеримента и цијелог експеримента;
- ученици стичу техничку културу;
- ученици се уче правилном посматрању објеката и појава и извођењу закључака.

Експерименте у физици дефинишемо као изазивање природних појава у вјештачким условима.У науци и настави експерименти се класификују на:

- истраживачке (изводећи их долази се до нових сазнања);
- критеријумске (циљ ових експеримената је доћи до таквих резултата који исказане претпоставке потврђују или оповргавају).

Према оствареном дидактичком циљу експерименти се дијеле на :

- демонстрационе експерименте;

- лабораторијске вјежбе ;
- лабораторијске експерименталне задатке;
- домаћи експериментални задаци;
- израда учила и апаратура.

У овом раду обрађени су експерименти из осцилација и периодичног кретања,који се могу изводити у основним и средњим школама.Обрађени су и неки сложенији експерименти који се могу урадити у оквиру додатне наставе.Сви експерименти придоносе остваривању циљева наставе из те области физике,а циљеви су сљедећи :

- усвајање и разумијевање појма периодичног кретања;
- усвајање и разумијевање појма осцилаторног кретања као облика периодичног кретања;
- упознавање са облицима осцилаторног кретања (хармонијско-линеарни хармонијски осцилатор; слободно осциловање-математичко клатно,физичко клатно,осцилаторно електромагнетно коло; пригушено осциловање; принудно осциловање-принудне електромагнетне осцилације) и карактеристичним величинама.

2. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Периодично и осцилаторно кретање

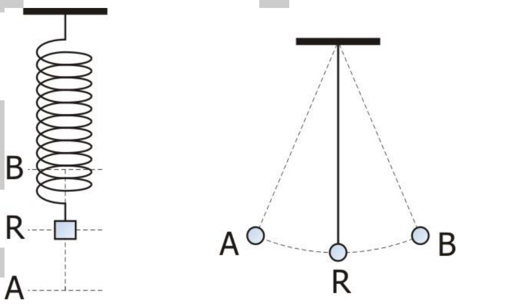
Постоји велики број кретања која се након одређених временских интервала понављају на исти начин или приближно исти начин, као што су кретања планета, осциловање клатна зидног часовника, осциловање кракова звучне виљушке, љуљање дјетета на љуљашци и слично.

Периодично кретање *се након одређених временских интервала понавља на исти начин или приближно исти начин.*

Један од облика периодичног кретања је осцилаторно кретање.

Осцилаторно кретање *је периодично кретање које се понавља дуж једне путање.*

Примјери осцилаторних кретања дати су на слици. Основне величине којима се описује осцилаторно кретање су осцила- ција, период, елонгација, амплитуда и фреквенција.



2-1. (а) Осциловање тега окаченог о опругу (б) Осциловање клатна.

Осцилација *је један затворен циклус осцилаторног кретања послије којег се кретање понавља на потпуно или приближно исти начин.* Ако тијело крене из равнотежног положаја онда је једна осцилација одређена сљедећим положајима тијела: R-A-R-B-R , а ако тијело крене из амплитудног положаја онда је једна осцилација одређена положајима: A-R-B-R-A .

Период *је вријеме трајања једне осцилације*,

$$T = \frac{t}{n}, \quad (2.1)$$

гдје је t вријеме трајања n осцилација, уз услов да осцилације једнако трају.

Елонгација *је удаљеност тренутног положаја тијела од равнотежног положаја,* R, *и мјери се дуж путање у смјеру од равнотежног положаја.*

Амплитуда, x_0, *је највећа елонгација.* На слици 2-1. амплитуда је удаљеност од R до A или R до B мјерена дуж путање.

Фреквенција, f, *је једнака броју осцилација у јединици времена,*

$$f = \frac{n}{t}. \quad (2.2)$$

Период и фреквенција су у реципрочној зависности,

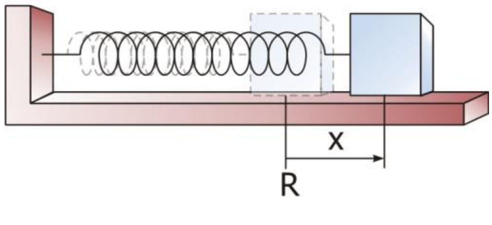
$$T = \frac{1}{f}. \quad (2.3)$$

Мјерна јединица за фреквенцију је херц, $1Hz = \frac{1}{s}$, који је једнак једној осцилацији у секунди.

Линеарни хармонијски осцилатор

Хармонијско осцилаторно кретање *је осцилаторно кретање које се може представити хармонијском кривом линијом (синусоидом или косинусоидом)*.

На слици је претдстављено тијело које осцилује на хоризонталном столу. Ако се занемари трење и отпор ваздуха, онда нема губитака енергије и тијело осцилује дуж праве линије, са сталном амплитудом. Може се показати да тег у таквим условим аосцилује



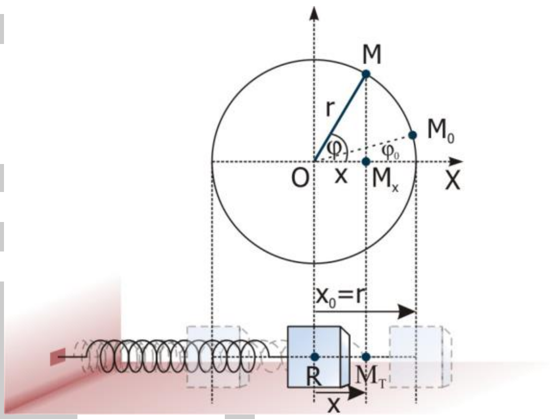
2-2. У равнотежном положају R

хармонијски.

опруга није истегнута, а x је елонгација која се мјери од равнотежног положаја.

Линеарни хармонијски осцилатор *је осцилаторни систем који осцилује хармонијски.* Кретање линеарног хармонијског осцилатора може се објаснити посматрањем кружног кретања материјалне тачке.

Претпоставимо да се материјална тачка M креће сталном угаоном брзином, $\omega = const$. Угаона брзина треба да буде таква да нормална пројекција тачке M на X-осу, означена са M_x, у сваком тренутку одређује тренутни положај тијела, означен са M_T. У том случају осциловање тијела је еквивалентно осциловању пројекције M_x материјалне тачке M дуж X-осе. Угао φ одређује тренутни положај тијела и може се изразити преко почетног угла и угаоне брзине: $\varphi = \omega t + \varphi_0$



2-3. Осциловање тега одређено је кретањем пројекције материјалне тачке по кружној путањи.

Полупречник кружне путање једнак је амплитуди x_0. Формула за елонгацију слиједи са слике, $x/r = \cos\varphi$, $r = x_0$, $x = x_0 \cos\varphi$. Замјеном релације за угао φ у претходну релацију добија се једначина хармонијског осциловања тијела,

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (2.4)$$

гдје је, φ_0 почетна фаза (угао који одређује почетни положај тијела) и $\varphi = \omega t + \varphi_0$ фаза осциловања (угао који одређује тренутни положај тијела).

Из формуле $\omega = \dfrac{\varphi}{t}$, угаона брзина се може изразити преко периода $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ или фреквенције $\omega = 2\pi f$. Пошто је угаона брзина пропорционална фреквенцији она се често назива и *кружна фреквенција*. Ако би тијело осциловало на вертикалном правцу једначина осциловања имала би облик, $y = y_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

Према томе, *елонгација код хармонијског осциловања мијења се по косинусном или синусном закону.*

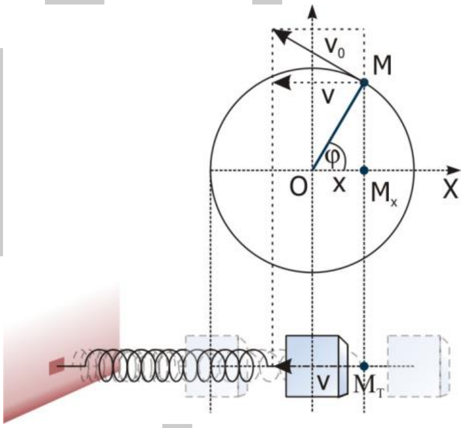
Брзина код хармонијског осциловања

Линијска брзина, v_0, код равномјерног кружног кретања се не мијења по интензитету, али се мијења њена пројекцијана на X-осу или Y-осу . Пројекција брзине на правац осциловања тијела, односно на X-осу или Y-осу, одређује брзину тијела које хармонијски осцилује.

Релација између линијске и угаоне брзине је $v_0 = \omega r$, односно $v_0 = \omega x_0$. Са слике је $\sin\varphi = \dfrac{v}{v_0}$, одакле слиједи

$v = \omega x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Елонгација се мјери од равнотежног положаја а вектор брзине тијела које осцилује хармонијски усмјерен је ка равнотежном положају.



2-4. Пројекција брзине материјалне тачке на правац осциловања одређује брзину тијела које осцилује хармонијски.

Да би се означила супротна усмјереност брзине и елонгације формула се пише са предзнаком мунис,

$$v = -\omega x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)\,. \quad (2.5)$$

Убрзање код хармонијског осциловања

Код равномјерног кружног кретања материјална тачка M има центрипетално убрзање a_0 које се не мијења, али се мијења његова пројекција на X-осу или Y-осу . Пројекција центрипеталног убрзања на правац осциловања тијела, односно на на X-осу или Y-осу, одређује убрзање тијела које хармонијски осцилује. Центрипетално убрзање материјалне тачке M је $a_0 = v^2 / r$, $a_0 = (\omega r)^2 / r$, $a_0 = \omega^2 r$, $a_0 = \omega^2 x_0$. На слици 2-5. је очигледна релација $\cos\varphi = \dfrac{a}{a_0}$, у којој је a_0 центрипетално убрзање.

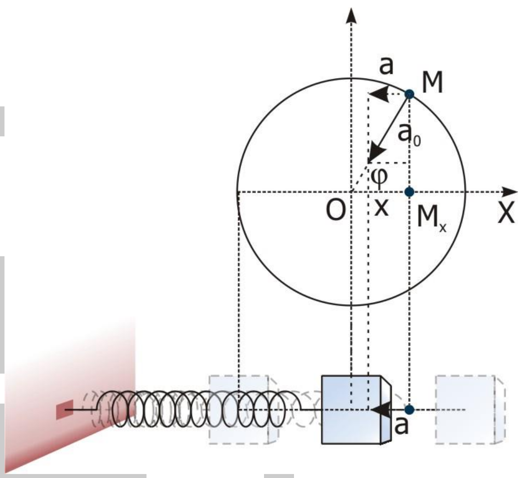
Према томе, убрзање тијела које хармонијски осцилује је

$$a = -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) . \quad (2.6)$$

Пошто је елонгација $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ претходна формула се може написати у облику

$$a = -\omega^2 x , \quad (2.7)$$

Елонгација се мјери од равнотежног положаја, а убрзање је увијек усмјерено ка равнотежном положају. Због тога су ове величине супротног предзнака.



2-5. Пројекција убрзања материјалне тачке на правац осциловања одређује убрзање тијела које осцилује хармонијски

Када се посматра осциловање на правцу X-осе, онда су једначине за елонгацију, брзину и убрзање:

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) ,\; v = -\omega x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) ,\; a = -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) .$$

Ако је у почетном тренутку материјална тачка у амплитудном положају онда је почетна фаза $\varphi_0 = 0$*, а ако је у равнотежном положају онда је* $\frac{\pi}{2}$.

Сила код хармонијског осциловања

Осциловање настаје под дјеловањем неке силе. Формула за силу која је узрок хармонијског осциловања добија се на основу другог Newton-овог закона и формуле за убрзање, $a = -\omega^2 x$. Слиједи, $F = -m\omega^2 x$. При осциловању не мијењају се маса осцилатора ни кружна фреквенција. Због тога је величина $m\omega^2$ константна,

$$k = m\omega^2 . \quad (2.8)$$

Увођењем константе k добија се општа формула за силу која узрокује хармонијско осциловање,

$$F = -kx. \quad (2.9)$$

Сила је директно сразмјерна елонгацији, а смјер силе супротан је смјеру елонгације. То значи да сила тежи да врати тијело у равнотежни положај (положај стабилне равнотеже). Сила која тежи да врати тијело у равнотежни положај назива се *реститициона сила*, и она има особину силе еластичности опруге. Хармонијско осциловање могу изазвати и силе које се по својој природи разликују од силе еластичности опруге. Осциловање клатна узрокује компонента силе Земљине теже, која нема особину реституционе силе. *Квазиеластичне силе* су силе које узрокује хармонијско осциловање, а по својој природи се разликују од реституционе силе .

Период код хармонијског осциловања

Формула за период добија се на основу формуле $k = m\omega^2$ и формуле за кружну

фреквенцију $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. Слиједи, $k = \dfrac{4\pi^2 m}{T^2}$, одакле је период

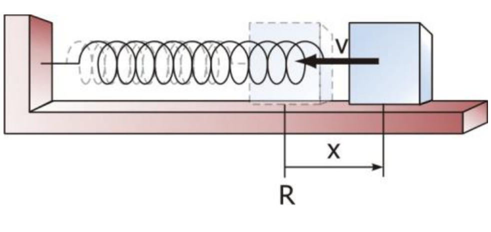
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.10)$$

гдје је, m маса осцилатора и k коефицијент који зависи од природе осцилатора (у случају опруге k је коефицијент еластичности опруге). У идеалном случају, када нема губитака енергије, осцилатор осцилује са константном амплитудом па је и период осциловања константан. На основу претходне формуле израчунава се *сопствени период* осцилатора, који осцилује слободно без спољашњег утицаја, а фреквенција која се добије из периода је *сопствена фреквенција* осцилатора. Сопствени период и сопствена фреквенција зависе само од физичких особина осцилатора.

Енергија хармонијског осцилатора

Посматраћемо осциловање тијела под дјеловањем силе еластичности опруге која се назива и реституциона сила.

Замјеном формуле за брзину у формулу $E_k = mv^2/2$



добија се кинетичка енергија

$$E_k = -\frac{m}{2}\omega^2 x_0{}^2 \sin^2\left(\omega t + \varphi_0\right). \quad (2.11)$$

Замјеном формуле за елонгацију у формули $E_p = kx^2/2$ добија се потенцијална енергија

2-6. Када се опруга истегне и пусти, тијело има кинетичку и потенцијалну енергију.

$$E_p = \frac{k}{2} x_0^{\,2} \cos^2\left(\omega t + \varphi_0\right). \quad (2.12)$$

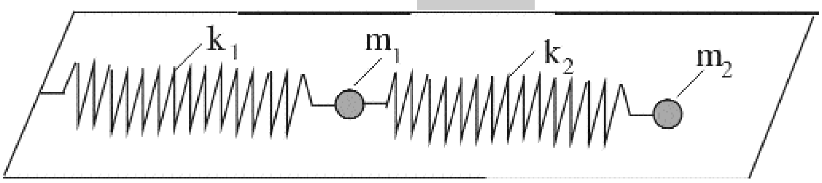
Кинетичка и потенцијална енергија хармонијског осцилатора су сразмјерне квадрату амплитуде. Укупна енергија хармонијског осцилатора износи $E = E_k + E_p$, одакле слиједи

$$E = \frac{1}{2} k x_0^2. \quad (2\text{-}13)$$

Укупна енергија иделног хармонијског осцилатора је такође сразмјерна квадрату амплитуде и она је константа. При осциловању кинетичка енергија се трансформише у потенцијалну, и обратно, потенцијална енергија се трансформише у кинетичку.

Слагање осцилација једнаких фреквенција

На слици је представљен осцилаторни систем који се састоји из двије куглице маса (m_1) и (m_2) и двије опруге са коефицијентима еластичности (k_1) і (k_2). У овом случају слагањем два хармонијска осцилована (саставне осцилације) настаје једно резултантно осциловање.



2-7. Примјер слагања осцилација

Пошто саставне осцилације имају једнаке фреквенције и резултантно осциловање има исту фреквенцију. Због тога је резултантно осциловање одређено једначином

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0),$$

гдје је x_0 амплитуда и φ_0 почетна фаза. Потребно је одредити амплитуду и почетну фазу резултантног осциловања, на основу познатих амплитуда и почетних фаза саставних осцилација. На основу формуле за елонгацију, једначине саставних осцилација имају облик, $x_1 = x_{01}\cos(\omega t + \varphi_{01})$ и $x_2 = x_{02}\cos(\omega t + \varphi_{02})$.Пошто се посматра слагање осцилација на једном правцу, резултантна елонгација једнака је збиру елонгација саставних осцилација: $x = x_1 + x_2$. Из претходних релација се добија

$$x_0\cos(\omega t + \varphi_0) = x_{01}\cos(\omega t + \varphi_{01}) + x_{02}\cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Изведена једначина мора да важи за сваки тренутак хармонијског осциловања. Према томе, мора да важи када се стави $\omega t = 0$ и када се стави $\omega t = \pi/2$. Замјена $\omega t = 0$ даје једначину

(1) $x_0\cos\varphi_0 = x_{01}\cos\varphi_{01} + x_{02}\cos\varphi_{02}$,

а замјена $\omega t = \pi/2$ даје једначину

(2) $x_0 sin\varphi_0 = x_{01} sin\varphi_{01} + x_{02} sin\varphi_{02}$.

Добијен је систем двије једначине у којем су непознате почетна фаза φ_0 рездултантног осциловања и његова амплитуда x_0. Поступак рјешавања претходног система једначина препушта се ученицима који показују већи интерес за рјешавање сложенијих система једначина, а овдје је дато коначно рјешење система:

$$tg\varphi_0 = \frac{x_{01}sin\varphi_{01} + x_{02}sin\varphi_{02}}{x_{01}cos\varphi_{01} + x_{02}cos\varphi_{02}}, \text{ и } x_0^2 = x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02}\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \; (2.14)$$

Прво рјешење система једначина одређује почетну фазу рездултантног осциловања, а друго рјешење одређује његову амплитуду.

Амплитуда резултантног осциловања зависи од разлике почетних фаза саставних осцилација $\varphi_{02} - \varphi_{01}$. Треба разликовати два гранична случаја.

- Ако је $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 2k\pi$ гдје је k цијели број, онда је,

$x_0 = x_{01} + x_{02}$.

- Ако је $\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2k+1)\pi$ гдје је k такође цијели број онда је,

$x_0 = |x_{01} - x_{02}|$.

У претходној релацији стављена је апсолутна вриједност због тога што је ампитуда, по дефиницији, позитивна величина. Очигледно, максимална вриједност амплитуде резултантног осциловања једнака је збиру амплитуда саставних осцилација, а минимална вриједност амплитуде резултантног осциловања једнака је, по апсолутној вриједности, разлици амплитуда саставних осцилација.

Слагање осцилација може се представити и графички. Када се на милиметарском папиру уцртају графици саставних осцилација, онда се график резултантног осциловања добија сабирањем алгебарских вриједности елонгација саставних осцилација.

Слагање осцилација блиских фреквенција

Ради једноставнијег разматрања уводе се сљедеће претпоставке: осциловања су хгермонијска, имају једнаке амплитуде и почетне фазе су једнаке нули. Уз наведене претпоставке једначине саставних осцилација имају облик,

$$x_1 = x_0 \cos \omega_1 t \ \text{ и } \ x_2 = x_0 \cos \omega_2 t$$

Елонгација резултујућег осциловања једнака је збиру елонгација саставних осцила-ција,

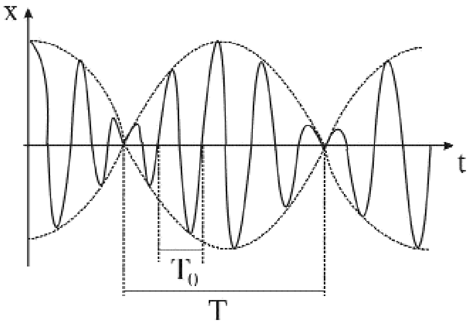
$$x = x_0 \cos \omega_1 t + x_0 \cos \omega_2 t$$

Пошто се фреквенције веома мало разликују по бројној вриједности, може се написати, $\omega_1 = \omega - \delta$ и $\omega_2 = \omega + \delta$ гдје је $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2$ мали број, односно $\delta \ll \omega$ Примјеном формуле за збир косинуса добија се,

$$x = 2x_0 \cos \delta t \cdot \cos \omega t \,, \quad (2.15)$$

што представља једначину резултантног осциловања. Једначина хармонијског осциловања представљена је производом двије косинусне функције. Свака функција представља једно хармонијско осциловање.

Према томе, резултантно осциловање једнако је производу два хармонијска осциловања. Такво осциловање је сложено осциловање и није хармонијско. Резултан- тно осциловање представљено је графички на слици. Испрекидана линија на графику показује како се мијења амплитуда резултантног осциловања, а непрекидна линија представља график резултантног осциловања.



2.8. Осцилације са избијањима или ударима

График показује да се амплитуда смањује, затим повећава у одређеним временским размацима. Због тога се такво осциловање назива пулсирајуће осциловање или осц- иловање са избијањима или ударима. Амплитуда осциловања одређена је првим чланом производа у једначини резултантног осциловања,

$$A = \left|2x_0 \cos \delta t\right|. \quad (2.16)$$

Ако су кружне фреквенције саставних осцилација блиске, онда δ има веома малу вриједност, па се амплитуда веома споро мијења у времену. У том случају осциловање је приближно хармонијско са периодом, који се назива условни период.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2.17)$$

Условни период *је временски интервал након којег се амплитуда понавља на приближно исти начин.*

Амплитуда се мијења периодично у временском интервалу који је једнак половини условног периода. Осим условног периода уводи се и појам **период пулсирања** (T). *То је најкраће вријеме након којег се амплитуда мијења на исти начин.*

Са графика резултантног осциловања је очигледно да је период пулсирања (T) једнак половини периода косинусну функције, $A = \left|2x_0 \cos \delta t\right|$ која одређује амплитуду резултантног осциловања. Из математичке формуле за период косунусне функције добија се да је период пулсирања 2π . Пошто је $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2$ и $\omega = 2\pi f$, слиједи да је

$$T = \frac{1}{f_2 - f_1}.$$

Период пулсирања зависи од разлике фреквенција саставних осцилација. Ако је разлика фреквенција мања период пулсирања је већи. На основу претходне релације и релације T=1/f, добија се формула за фреквенцију пулсирања,

$$f = f_2 - f_1 . \quad (2.18)$$

Фреквенција пулсирања резултантног осциловања, односно фреквенција промјене амплитуде, једнака је разлици фреквенција саставних осцилација.

Разлагање осцилација

Слагањем осцилација настаје сложено осциловање. Сложено осциловање може се посматрати на примјеру два клатна која су окачена једно о друго. Ако се посматра осциловање само једног клатна, онда је такво осциловање хармонијско. Два међусбно везана клатна изводе сложено, нехармонијско, осциловање. Ово сложено осциловање може се разложити на два проста хармонијска осциловања: осциловање клатна (1) и осциловање клатна (2).

Да би се извршила анализа сложеног осциловања неопходно је одредити из којих простих осциловања се састоји сложено осциловање. Сложено осциловање је периодично па се може, математички, представити функцијом која је периодична. Француски математичар Jean Fourier (Žan Furije) је доказао да се свака сложена периодична функција може представити алгебарским збиром хармонијских (синусних и косинусних) функција,

$$x = A_0 + A_1 \cos\omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \ ...+ B_1 \sin\omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \ ...(2.20)$$

гдје су A_0, A_1, A_2, A_3, . . . , B_1, B_2, B_3, . . . амплитуде (константе). Израз на десној страни једначине назива се *тригонометријски ред*.

Према томе, *свако сложено периодично осциловање може се представити као алгебарски збир хармонијских осциловања различитих амплитуда и кружних фреквенција, које су цјелобројни умношци основне фреквенције.* На примјер, нека је сложено периодично осциловање дато је функцијом,

$$x = x_0 \sin\omega t + (x_0 / 2)\sin 2\omega t + (x_0 / 3)\sin 3\omega t .$$

У овом случају сложено осциловање се састоји из три хармонијска осциловања чије се амплитуде односе као бројеви 1 : (1/2) : (1/3) и чије се кружне фреквенције односе као цијели бројеви 1 : 2 : 3. График сложеног осциловања може се добити тако што се на милиметарском папиру нацртају графици сва три хармонијска осциловања, а затим саберу алгебарске вриједности њихових елонгација.

Саставна осциловања која чине сложено осциловање називају се хармоници. На примјеру сложеног осциловања које се састоји из три хармоника имамо:

Први хармоник, $x_1 = x_0 \sin \omega t$ је основно осциловање са кружном фреквенцијом ω. Други хармоник, $x_2 = (x_0 / 2)\sin 2\omega t$ је осциловање са двапут већом кружном фреквенцијом $2\,\omega$. Трећи хармоник, $x_3 = (x_0 / 3)\sin 3\omega t$ је осциловање са трипут већом фреквенцијом $3\,\omega$.

Свако сложено периодично осциловање може се разложити на одговарајући број хармоника. Хармонијски спектар је скуп свих хармоника који чине сложено периодично осциловање.

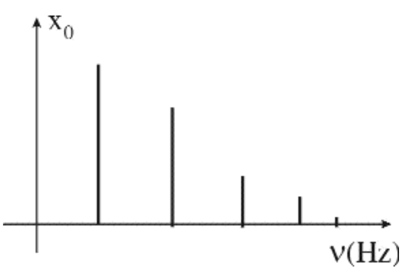
Хармонијска анализа је математичка метода која се бави развијањем периодичних функција у тригонометријске редове. Помоћу ове методе могу се одредити амплитуде сваког хармоника.

На основу формуле за енергију линеарног хармонијског осцилатора,

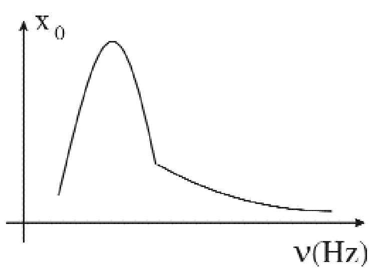
$$E = (1/2)m\omega^2 x_0^2$$

може се закључити да је енергија сваког хармоника директно сразмјерна квадрату кружне фреквенције, ω^2, и квадрату амплитуде, x_0^2.

Због тога, за графичко представљање хармонијског спектра битне величине су фреквенција и амплитуда. На првој слици дат је примјер графичког представљања линијског хармонијског спектра. Слика показује да се сложено осциловање састоји из пет хармоника различитих амплитуда и фреквенција.



2.11. Линијски спектар звука



2.12. Континуални спектар звука

Линијски (прекидни, дисконтинуални) спектар садржи само неке хармонике који се могу одвојити по фреквенцијама. У линијском спектру могуће је одредити фреквенцију и амплитуду сваког хармоника.

Непрекидни (континуални) спектар садржи хармонике свих фреквенција у датом интервалу фреквенција. У непрекидном спектру није могуће одвојити хармонике по фреквенцијама и амплитудама.

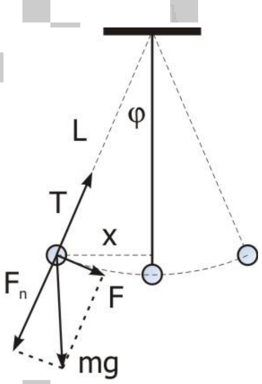
Слободне механичке осцилације

Осцилатор *изводи слободне осцилације ако се могу занемарити губици енергије осцилатора у току осциловања.*

Математичко клатно

Математичко клатно је систем који се састоји из куглице занемарљивих димензија, која је окачена о неистегљиву нит занемарљиве масе. Клатно је постављено тако да може да осцилује у вертикалној равни под дјеловањем гравитационе силе.

Клатно изводи слободне осцилације, ако се занемари отпор ваздуха и трење у тачки вјешања. Када се клатно изведе из равнотежног положаја R у амплитудни положај A и пусти оно започиње осциловање. У положају A тежина куглице mg је разложена у двије компоненте. Нормална компонента F_n се поништава са силом затезања нити T, а тангенцијална компонента F враћа клатно у равнотежни положај.



2.13. Узрок осциловања клатна је тангенцијална компонента силе земљине теже.

Ако клатно осцилује са малим амплитудама, онда угао отклона клатна има малу вриједност па се може узети да је растојање x приближно једнако дужини одговарајућег лука, односно да је растојање приближно једнако елонгацији. Ако се $\sin\varphi$ изрази из већег правоуглог троугла, а затим из мањег , слиједи формула за силу која омогућава осциловање клатна, $F=-\frac{mg}{l}x$. При осциловању клатна не мијењају се маса куглице, дужина нити и убрзање Земљине теже па се претходна формула може написати у облику,

$$F = -kx\,, \quad (2.21)$$

гдје је,

$$k = \frac{mg}{l} \quad (2.22)$$

.Узрок осциловања клатна је сила која је директно сразмјерна елонгацији. Предзнак минус означава да је сила усмјерено супротно елонгацији.**Период математичког клатна.** Замјеном константе k у опшtу формулу за период добија се за период математичког клатна

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,. \quad (2.23)$$

На основу формуле за период могу се извести сљедећи закључци.

(1) Период клатна не зависи од масе клатна. То значи да клатна једнаких дужина и различитих маса за исто вријеме начине једну осцилацију.

(2) Квадрати периода два клатна односе се као њихове дужине,

$$T_1^2 : T_2^2 = l_1 : l_2\,.$$

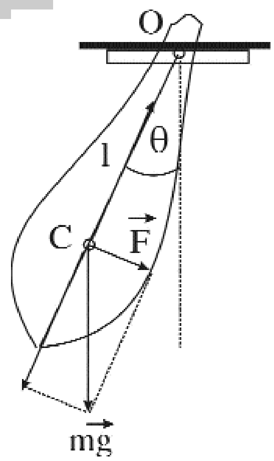
(3) Период клатна обрнуто је сразмјеран квадрату гравитационог убрзања.

Физичко клатно

Физичко клатно *је свако чврсто тијело постављено тако да може да осцилује око хоризонталне осе, под дјеловањем силе Земљине теже.* Од раније је познато да је чврсто тијело је идеално тијело које се не деформише под утицајем спољашњих сила произвољно великог интензитета.

На слици је представљено чврсто тијело произвољног облика које је постављено тако да може да осцилује око хоризонталне осе, која пролази кроз центар ротације (О).

Тежиште тијела је нападна тачка силе Земљине теже. Тежиште тијела је у центру маса, када се тијело налази у равнотежи.



2.14. Физчко клатно; С - центар маса (тежиште) тијела; l - удаљеност центра маса од центра ротације

Кретање физичког клатна је хармонијско обртно осциловање. Формуле за хармонијско обртно осциловање добијају се на основу аналогије са одговарајућим величи- нама транслационог осциловања.

Транслаторно осциловање	Обртно осциловање
Елонгација (x)	Угловни отклон (θ)
Брзина (v)	Угловна брзина (Ω)
Убрзање (a)	Угловно убрзање (α)

Написати формула за елонгацију, брзину и убрзање транслационог хармонијског осциловања добијају се формуле за угловни отклон, угловну брзину и угловно убрзање обртног осциловања. На примјер: на основу дате аналогије и раније дате формуле за елонгацију, $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, добија се формула угловни отклон

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \theta_0) \quad (2.24)$$

гдје је θ_m максимални угловни отклон и θ_0 почетни угловни отклон. На исти начин се добијају формуле за угловну брзину и угловно убрзање обртног осциловања.

Период физичког клатна

На претходној слици тежина клатна је разложена на двије компоненте. Тангенцијална компнента (F) изазива обртни момент (M) који узрокује обртно осциловање клатна. У овом случају крак силе (F) је растојање l, па је формула за обртни момент,

$$M = F \cdot l\,.$$

Тангенцијална компонента тежине клатна може се изразити преко његове тежине и угловног отклона, $F = -mg\sin\theta$, па је формула за обртни момент, $M = -mgl\sin\theta$. Ако клатно осцилује са малим амплитудама, онда угловни отклон има малу вриједност (вриједност синуса угла приближно је једнака вриједности угла) па је,

$$M = \text{-}mg \cdot \theta\,. \quad (2.25)$$

Предзнак минус означава да је смјер обртног момента супротан смјеру угловног отклона. Обртни момент узрокује обртно хармонијско осциловање, и има сличну улогу као реституциона сила,

$$F = -kx$$

која узрокује транслационо хармонијско осциловање. Упоређивањем претходних формула константа (k) се може изразити формулом, $k = mgl$. Формула за период физичког клатна добија се на основу формула за потенцијалну и кинетичку енергију.

Максимална вриједност потенцијалне енергије линеарног хармонијског осцилатора израчунава се по формули $E_{p,max} = \frac{1}{2}kx_0^2$, а максимална вриједност његове кинети- чке енергије израчунава се по формули $E_{k,max} = \frac{1}{2}mv_0^2$, односно $E_{k,max} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2$.

На основу претходних формула и аналогије између транслаторног и обртног кретања добијају се формуле за максималну потенцијалну енергију обртног осциловања, $E_{p,max} = \frac{1}{2}k\theta_m^2$, и максималну кинетичку енергију, $E_{k,max} = \frac{1}{2}I\omega^2\theta_m^2$, гдје је, I момент инерције физичког клатна у односу на центар ротације О. Ако је познат момент инерције клатна у односу на његов центар маса I_C, онда се момент инерције клатна I у односу на центар ротације О добија по формули

$$I = I_C + md^2, \quad (2.26)$$

гдје је d удаљеност између центра маса тијела и центра ротације. На основу закона одржања енергије, максимална потенцијална енергија клатна употпуности се транформише у његову кинетичку енергију.

На основу тога добија се формула за период осциловања клатна,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (2.27)$$

Формула за период физичког клатна може се написати у истом облику као формула за период математичког клатна, ако се дефинише појам редуковане дужине физичког клатна (l_0) формулом,

$$l_0 = \frac{I}{ml}. \quad (2.28)$$

Редукована дужина физичког клатна *једнака је дужини математичког клатна које има исти период као и физичко клатно.* Формула за период физичког клатна преко редуковане дужине клатна има облик,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}\,.$$

Математичко клатно је теоријски модел физичког клатна. Ако се тијело произвољног облика, које осцилује, замијени материјалном тачком, чији је момент инерције

$$I = ml^2,$$

онда из формуле за период физичког клатна слиједи формула за период математичког клатна.

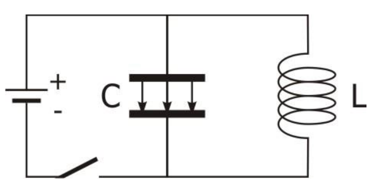
Слободне електромагнетне осцилације

Механичке осцилације које изводе механички системи (математичко клатно, физичко клатно, . . .) су механички процеси у којима се неке механичке особине (елонгација, брзина, убрзање, енергија, . .) периодично понављају у времену.

Електромагнетне осцилације *су процеси у којима се неке електричне и магнетне особине система периодично понављају у времену.*

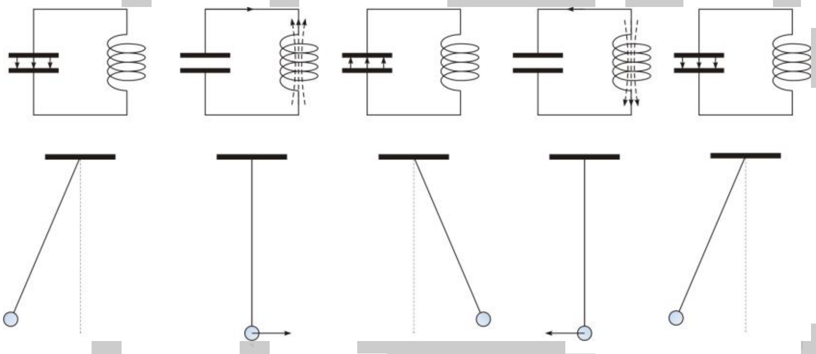
Електромагнетне осцилације настају у осцилаторном колу. *Осцилаторно коло* је систем који се састоји из калема и кондензатора који су међусобно везани проводником. Кроз осцилаторно коло протиче струја промјенљиве јачине и смјера, односно наизмјенична струја. Због тога у таквом струјном колу постоје термогени, индуктивни и капацитивни отпор. Када се у осцилаторном колу занемари термогени отпор добија се *идеално осцилаторно коло*. Пошто губици енергије настају само на термогеном отпору онда се у идеалном осцилаторном колу занемарују губици енергије. *Слободне електромагнетне осцилације* настају у идеалном осцилаторном колу.

Претпоставимо да се осцилторно коло прикључи на једносмјерни струјни извор, а затим се струјни извор искључи. У почетном тренутку конденза- тор је напуњен максималном количином наелек- тирсања и енергија његовог електричног поља је максимална. Због разлике потенцијала између плоча електрони започну кретање од негативне према позитивној плочи што чини струју кроз калем.



2.15. Идеално осцилаторно коло чине калем и кондензатор.

Енергија електричног поља кондензатора постепено се претвара у енергију магнетног поља калема. Електрони настављају кретање и пуне кондензатор у супротном смјеру. При томе енергија магнетног поља калема се претвара у енергију електричног поља кондензатора. Када се кондензатор напуни у супротном смјеру електрони започињу кретање у супротном смјеру и трансформације енергије се одвијају у супротном смјеру. Када се кондензатор напуни тако да је поларитет плоча исти као у почетном тренутку онда је завршена једна електромагнетна осцилација. Пошто нема губитка енергије осцилације се понављају на исти начин. Код математичког клатна кинетичка енергија се непрекидно претвара у потенцијалну и обрнуто, а у осцилаторном колу се енергија електричног поља кондензатора непрекидно претвара у енергију магнетног поља калема. Једној осцилацији клатна одговара једна електромагнетна осцилација.



2.16. Аналогија између слободних механичких осцилација и слободних електромагнетних осцилација

Битне величине које описују механичке осцилације су елонгација, брзина, сила, маса и коефицијент еластичности средине. Величине које описују ЕМ осцилације могу се увести по аналогији са наведеним величинама. Елонгација, x, одређује тренутну удаљеност осцилатора од равнотежног положаја. Количина наелектрисања, q, на кондензатору одређује напуњеност кондензатора у неком тренутку у односу на празан кондензатор. Брзина осцилатора, v, одређује промјену елонгације у јединици времена. Јачина струје, i,у колу одређује промјену количине наелектрисања на кондензатору у јединици времена.

Узрок осциловања механичког социлатора је сила, F, а узрок пражњења кондензатора је напон на плочама, u. Сила је пропорционална елонгацији, $F=-kx$, а напон је пропорционалан количини наелектрисања на плочама, $u=-\frac{1}{C}q$. Маса осцилатора, m, одређује његову инертност при дјеловању силе, односно маса се опире дјеловању силе.

Дјеловању напона супротставља се напон самоиндукције на калему који зависи од индуктивности калема, L.

Наведена аналогија између вели- чина омогућава да се из формула које описују механичке осцила- ције добију формуле које опису- ју ЕМ осцилације.

Табела 2-1.

Величине које описују механичке осцилације	Величине које описују ЕМ осцилације
x	q
v	i
F	u
k	$1/C$
m	L

На примјер из формуле за период слободних механичких осцилација $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

добија се формула за период слободних ЕМ осцилација $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{1/C}}$, односно

$T = 2\pi\sqrt{LC}$. (2.29)

Употребом претходне аналогије добијају се и остале формуле које описују слободне ЕМ осцилације.

Табела 2-2.

Формуле које описују механичке осцилације	Формуле које описују ЕМ осцилације
$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$	$q = q_0 \cos \omega t$
$v = -\omega x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$	$i = -\omega q_0 \sin \omega t$
$E_p = \frac{1}{2} kx^2$	$W_e = q_0^2 / (2C)$
$E_k = \frac{1}{2} mv^2$	$W_m = \frac{L}{2} q_0^2 \omega^2$

Тренутна вриједност енергије електричног поља кондензатора означена је са W_e а тренутна вриједност енергије магнетног поља калема означена је са W_m .

ЕМ осцилације имају много краћи период него механичке осцилације. Слиједи закључак да маса тијела које осцилује има много већу инертност него индуктивност калема.

Основна једначина процеса у осцилаторном колу

У осцилаторном колу се јавља струја промјењиве јачине. Због промјенљиве јачине струје, на крајевима калема индукује се електромоторна сила самоиндукциј(E_s). На основу другог Kirchof-овог правила за затворену струјну контуру слиједи,

$$E_s = Ri + u_c\,,$$

гдје је, Ri тренутна вриједност напона на укупном термогеном отпору кола и u_c тренутна вриједност напона на кондензатору. На основу формуле за електромоторну силу самоиндукције $E_s = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$, и формуле за напон на кондензатору $u_c = \frac{q}{C}$ добија се *основна једначина процеса у осцилаторном колу*,

$$-L\frac{\Delta i}{\Delta t} = Ri + \frac{q}{C}\,,$$

гдје је L индуктивност калема, R укупни термогени отпор кола и C капацитет кондензатора. Добијена једначина је диференцијална једначина. За рјешавање диференцијалних једначина користе се посебне методе које су често веома сложене. *Рјешење диференцијалне једначине је функција.* У случају идеалног осцилаторног кола, у којем се занемарује термогена отпорност ова једначина добија једноставнији облик,

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{1}{LC}q\,. \quad (2.30)$$

Рјешење ове једначине је функција која даје зависност количине наелектрисања од времена. Рјешење се може одредити на основу познатог рјешења аналогне једначине код хармонијског осциловања. Једначина хармонијског осциловања је $ma = -kx$, односно $m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -kx$ што се може написати у облику

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{k}{m}x\,. \quad (2.31)$$

Рјешење претходне једначине је позната функција

$$x = x_0 \cos\omega t$$

која даје зависност елонгације од времена. Ради једноставности узето је да је почетна фаза једнака нули, $\varphi_0 = 0$. Добијена једначина има исти облик као једначина за електромагнетне осцилације, ако се уведе сљедећа аналогија између одговарајућих величина: $m \to L$, $v \to i$, $k \to \frac{1}{C}$ i $x \to q$. Користећи ову аналогију из рјешења претходне једначине добија се рјешење основне једначине за електромагнетне осцилације,

$$q = q_0 \cos\omega t. \quad (2.32)$$

Из формуле за брзину код хармонијског осциловања, $v = -\omega x_0 \sin\omega t$ добија се функција која показује како се мијења јачина струје у осцилаторном колу у току времена, $i = -\omega q_0 \sin\omega t$, која се може написати у облику

$$i = i_0 \cos(\omega t + \pi/2), \quad (2\text{-}31)$$

гдје је

$$i_0 = \omega x_0 \quad (2.33)$$

максимална јачинаструје у осцилаторном колу. Према томе, у идеалном осцилаторном колу количина наелектрисања на плочама мијења се у времену по косинисном закону. Јачина струје у колу мијења се у времену, такође, по косинусном закону али су осцилације јачине струје помјерене у фази за $\pi/2$ у односу на осцилације количине наелектрисања.

Енергија у идеалном осцилаторном колу

То значи да јачина струје и количина наелектрисања не достижу истовремено своје максималне вриједности и да не постају истовремено једнаки нули. Количина наелектрисања достиже максимум, прије него јачина струје. Каже се да осцилације наелектрисања предњаче осцилацијама јачине струје фазно за $\pi/2$, односно да је фазна разлика између њих $\Delta\varphi = \pi/2$. Фазној разлици $\Delta\varphi$ одговара временски интервал Δt.

У идеалном осцилаторном колу енергија електричног поља кондензатора (W_e) периодично се трансформише у енергију магнетног поља калема (W_m). На основу формуле $W_e = \frac{q^2}{2C}$, и формуле за количину наелектрисања $q = q_0 \cos\omega t$ добија се формула за тренутну енергију електричног поља кондензатора

$$W_e = \frac{q^2}{2C} \cdot \cos^2 \omega t. \quad (2.34)$$

Из формуле $W_m = \frac{1}{2} L i^2$ и формуле за јачину струје $i = i_0 \cos(\omega t + \pi / 2)$ добија се формула за тренутну вриједност енергије магнетног поља калема,

$$W_m = \frac{1}{2} L i_0^2 \cos^2(\omega t + \pi / 2). \quad (2.35)$$

Максимална вриједност енергије електричног поља кондензатора је,

$$W_{e,\max} = q_0^{\ 2} / (2C),$$

а максимална вриједност енергије магнетног поља калема је,

$$W_{m,\max} = \frac{L}{2} q_0^{\ 2} \omega^2.$$

Сопствени период осцилаторног кола

У идеалном осцилаторном колу нема губитака енергије, па је на основу закона одржања енергије,

$$W_{e,max} = W_{m,max},$$

односно,

$$q_0^{\ 2} / (2C) = \frac{L}{2} q_0^{\ 2} (\frac{2\pi}{T})^2$$

одакле је сопствени период осцилаторног кола,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (2.35)$$

а његова сопствена фреквенција је,

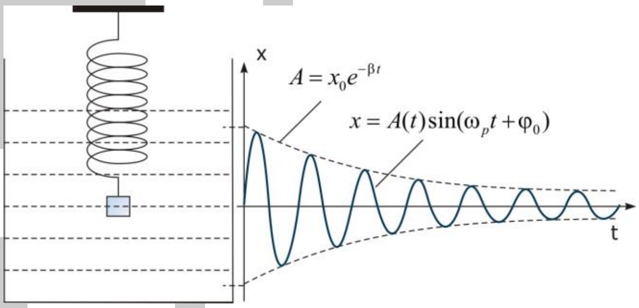
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} . \quad (2.36)$$

Пригушене механичке осцилације

Математичко клатно је идеалан осцилатор који осцилује без губитка енергије. Укупна енергија идеалног хармонијског осцилатора се одржава. Међутим, ако се физичко клатно заосцилује и препусти само себи оно ће се након извјесног времена зауставити. Енергија се губи на отпору ваздуха и због унутрашњег трења у систему који осцилује.

У току сваког периода осцилатор губи дио енергије. Пошто је енергија осцилатора пропорционална квадрату амплитуде, онда губитак енергије у току сваког периода доводи до смањења амплитуде осциловања. Амплитуда се смањује по експоненцијалном закону.

На слици је представљен осцилатор који изводи слободне осцилације под дјеловањем силе еластичности $F = -kx$, а када се стави у неки флуид јавља се сила отпора, $F = -\mu v$, која је пропорционална брзини осцилатора, гдје је μ коефи- цијент отпора средине.



2-17. Амплитуда пригушених осцилација

се смањује по експоненцијалном закону.

Прем другом Newton-овом закону једначина кретања осцилатора је

$$ma = -kx - \mu v, \text{ односно } m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -kx - \mu\frac{\Delta x}{\Delta t} .$$

Претходна једначина написана у диференцијалном облику назива се диференци- јална једначина а њено опште рјешење има облик

$$x = x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega_p t + \varphi_0), \quad x = A(t)\sin(\omega_p t + \varphi_0) \quad (2.37)$$

гдје је (2.38) $A = x_0 e^{-\beta t}$ амплитуда осциловања која се смањује по експоненцијалном закону у времену, (2.39) $\beta = \dfrac{\mu}{2m}$ коефицијент пригушења, (2.40) $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - кружна фреквенција пригушених осцилација, ω_0 сопствена кружна фреквенција осцилатора, и φ_0 почетна фаза. Треба се подсјетити да је сопствена фреквенција једнака фреквенцији којом би осциловао осцилатор без спољашњег утицаја.

Код пригушених механичких осцилација, у току сваке осцилације осцилатор губи дио енергије који се трансформише у унутрашњу енергију осцилатора и средине у којој осцилује. Када осцилатор потроши енергију, коју је имао у почетном тренутку, осцилације престају.

Пригушене електромагнетне осцилације

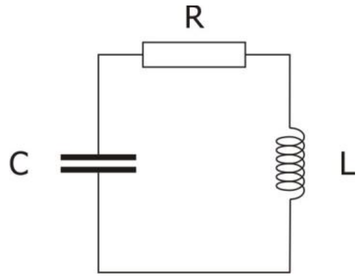
Код електромагнетних осцилација, у току сваке осцилације осцилаторно коло губи дио енергије, који се трансформише у топлоту на термогеном отпору и у енергију електромагнетних таласа које зрачи осцилаторно коло. Када се потроши почетна енергија електромагнетне осцилације престају. Употребом аналогије са једначином за пригушене механичке осцилације, $m\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = -kx - \mu\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, може се написати једначина за пригушене ЕМ осцилације $L\dfrac{\Delta i}{\Delta t} = -\dfrac{1}{C}q - R\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$ чије је опште рјешење

$$q = q_0 e^{-\beta t}\sin(\omega_p t + \varphi_0), \quad (2.41)$$

гдје је (2.42) $\beta = R/2L$ коефицијент пригушења и (2.43) $q_0 e^{-\beta t}$ амплитуда која се смањује по експоненцијалном закону.

Q-фактор осцилатора

У сваком реалном осцилатору губи се енергија. Квалитет осцилатора мјери се степеном пригушења. Q-фактор или *фактор доброте* осцилатора одређује степен пригушења. Осцилатор који има већи Љ-фактор је квалитетнији јер има мањи степен пригушења губи мање енергије.



2-18. Пригушене електромагнетне осци- лације настају у осцилаторном колу са термогеним отпором

Q**-фактор механичког осцилатора** *једнак је количнику интензитета максималне силе еластичности и интензитета максималне силе отпора средине.* Формула за Q-фактор, $Q = F_{el,\max} / F_{otp,\max}$, може се написати у облику $Q = kx_0 / \mu v_0$, $Q = \dfrac{kx_0}{\mu\omega x_0}$. Пошто је $k = m\omega_0^2$ добија се

$$Q = \frac{1}{\mu}\sqrt{mk} . \quad (2.44)$$

Употребом аналогије између величина које описују механичке осцилације и величина које описују ЕМ осцилације добија се Q-фактор за осцилаторно коло,

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (2.45)$$

Осцилаторно коло са великим термогеним отпором има велико пригушење и малу вриједност Q-фактора па у таквом колу ЕМ осцилације се не могу појавити. Што је отпор мањи осцилаторно коло има већи Q-фактор, у њему су губици енергије мањи и оно је квалитетније.

Принудне осцилације

У физичким уређајима су потребни осцилатори који могу да одржавају осциловање дуже вријеме. Да би се то постигло реалном осцилатору је потребно доводити у току сваке осцилације, односно у току сваког периода, онолико енергије колико губи тако да му се не би смањивала амплитуда осциловања. Дакле, потребно је да нека спољашња сила принуђује осцилатор на осциловање.

Принудне механичке осцилације *настају када на осцилатор дјелује спољашња сила која се периодично мијења у времену.* Равномјерним обртањем ручице угаоном брзином ω на осцилатор дјелује периодична сила која принуђује осцилатор на осциловање (слика 2-19).

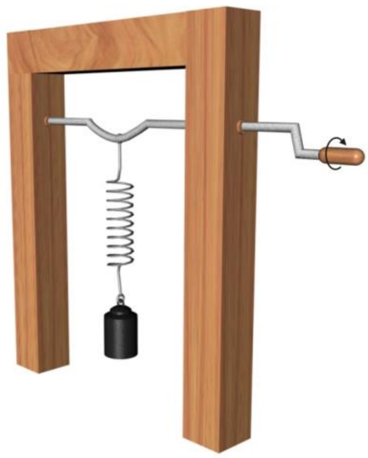
У општем случају на осцилатор дјелују три силе: спољашња сила F, сила еластичности опруге $F = -kx$ и сила отпора средине $F = -\mu v$. Претпоставимо да се спољашња сила мијења по косинусном закону, $F = F_0 \cos(\omega t)$, онда се једначина кретања може написати у облику $ma = F - kx - \mu v$, односно

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = F_0\cos(\omega t) - kx - \mu\frac{\Delta x}{\Delta t} . \quad (2.46)$$

Опште рјешење претходне диференцијалне једначине има веома сложен облик а из општег рјешења слиједи израз за амплитуду принудних осцилација,

$$x_0 = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}. \quad (2.47)$$

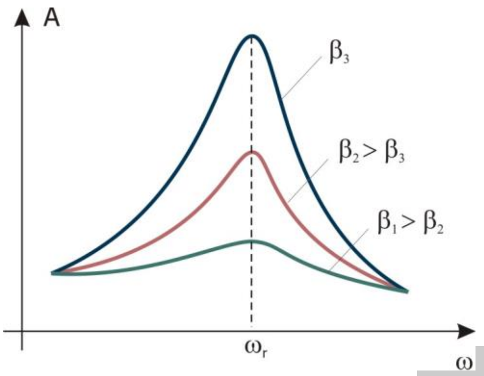
Очигледно, амплитуда зависи од разлике сопствене фреквенције осцилатора $\omega_0 = 2\pi f_0$ и фреквенције принудне силе, $\omega = 2\pi f$. Добијена функција има максималну вриједност за $\omega = \omega_0$, односно $f = f_0$, када је фреквенција принудне силе једнакасопственојфреквенцији осцилатора.



2-19. Окретањем ручице спољашња сила изазива принудно осциловање тега

Резонанција *је појава која настаје при изједначавању фреквенција принудне силе и сопствене фреквенције осцилатора, а њена посљедица је максимална амплитуда принудних осцилација.*

Да ли ће резонантна амплитуда бити већа или мања зависи од степена пригушења β. При већем степену пригушења резонантна амплитуда је мања и обрнуто (слика 2-20). Једноставни примјер резонанције је љуљање дјетета на љуљашци (слика 2-21). Ако дијете гурамо фреквенцијом која је једнака сопственој фреквенцији љуљашке онда ће се амплитуда постепено повећавати, а ако гурамо дијете мањом или већом фреквенцијом њено кретање неће бити осцилаторно и амплитуда се неће повећавати.



2-20. Ако је пригушење осцилатора мање онда је амплитуда при резонантној фреквен- цији већа

2-21. Примјер механичке резонанције

Тесла је направио механички осцилатор који је након укључења произвео љуљање блиских грађевина, које су грађани осјетили као земљотрес. Да би зауставио љуљање објеката Тесла је разбио осцилатор.

Оперски пјевач може гласом произвести осциловање зидова кристалне чаше, при чему долази до повећања амплитуде осциловања што доводи до пуцања стакла.

У новембру 1940. године вјетар који је долазио у налетима произвео је осциловање моста у Вашингтону (The Tacoma Narroњs Bridge). Мост дужине 1810 метара срушио се под налетима вјетра.

Осциловање жица музичких инструмената изазива осциловање ваздушног стуба у резонаторској кутији инструмента.

Принудне ЕМ осцилације настају у осцилаторном колу које се напаја из извора наизмјеничне струје одговарајуће фреквенције. Резонанција омогућава селективну моћ осцилаторног кола у радио пријемнику, да из великог броја електромагнетних таласа који падају на антену одабере онај чија је фреквенција једнака сопственој фреквенцији осцилаторног кола.

3. ЕКСПЕРИМЕНТИ

3.1. Одређивање убрзања силе земљине теже помоћу математичког клатна

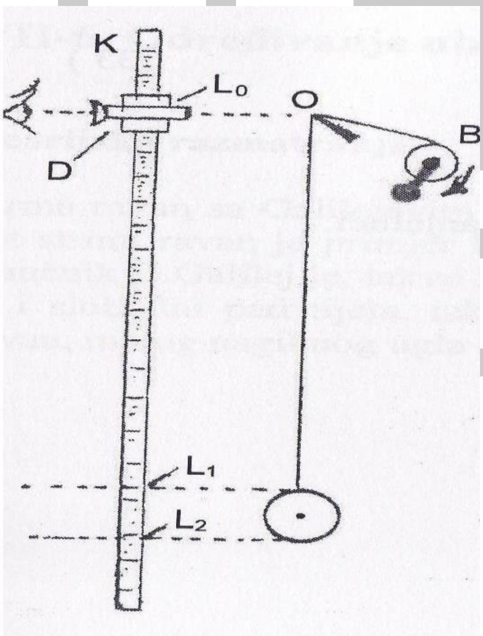
ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

❖ одредити убрзање силе земљине теже помоћу математичког клатна одређујући период његовог осциловања за различите дужине клатна

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

❖ клатно учвршћено на дасци,М
❖ подешавач дужине нити,О
❖ специјални лењир са нонијусом ,К
❖ хронометар,Н

СЛИКА :



ПОСТУПАК:

❖ измјерити масу куглице и окачити је о клатно;

❖ лењиром измјерити дужину клатна од тачке вјешања до тежишта објешеног тијела тј.куглице;

❖ укључити хронометар и одбројати 30 осцилација,те зауставити хронометар;

❖ израчунати период осциловања : $T = \frac{t}{n}$,тј.подијелити измјерено вријеме са бројем осцилација;

❖ поступак поновити за различите дужине клатна;

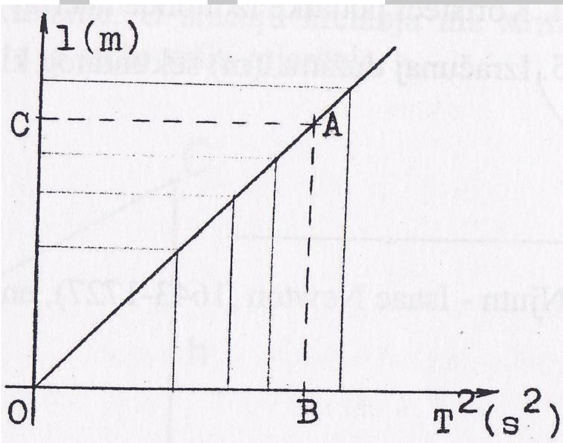
❖ користећи релацију $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ израчунава се убрзање Земљине теже,за различите дужине;

❖ резултате представити табелом, па нацртати график $l(m) = f\left[T^2(s^2)\right]$;

ТАБЕЛА

Број мјерења	Дужина клатна $l(m)$	Вријеме трајања осциловања $t(s)$	Број осцилиација n	Период осциловања T(s)
1.				

ГРАФИК



❖ На основу градијента функције одредити убрзање силе земљине теже тј.користећи формулу $g = 4\pi^2 \frac{OB}{OC}$;

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

У експерименту се користи тијело малих димензија,тако да се димензије тијела (нпр.маса) могу занемарити у односу на дужину клатна.Ако је угао φ довољно мали,након мјерења времена трајања 30 осцилација хронометром,период осциловања се одређује помоћу релације : $T = \frac{t}{n}$.Поступак мјерења се понавља за различите дужине клатна .Користећи релацију $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ израчунава се убрзање Земљине теже,за различите дужине клатна.Резултати мјерења се могу приказати графички и на основу градијента функције се одређује убрзање силе земљине теже.

Експериментално је доказано да је дужина клатна сразмјерна квадрату периода тј.да је период осциловања сразмјеран квадратном коријену дужине клатна.Доказана је релација: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

3.2. Одређивање убрзања земљине теже промјеном тачке вјешања физичког клатна

ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

❖ Одредити убрзање земљине теже мјерећи вријеме потребно за n осцилација физичког клатна у различитим тачкама вјешања;одредити редуковану дужину физичког клатна те на основу ње израчунати g

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

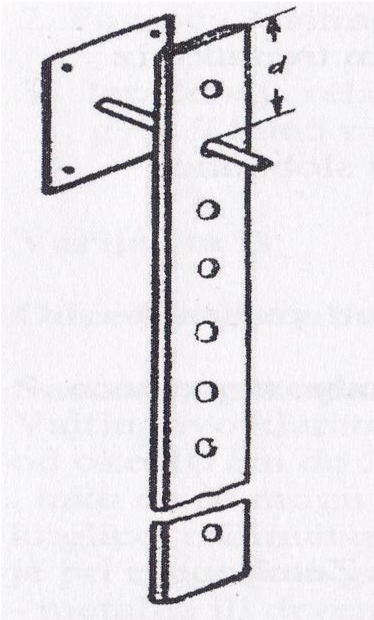
❖ физичко клатно (штап од месинга правоугаоног пресјека,дуж кога се тачка вјешања може лако помјерати);

❖ сталак са држачем (призмом) на који се вјеша физичко клатно;

❖ лењир;

❖ хронометар.

СЛИКА:



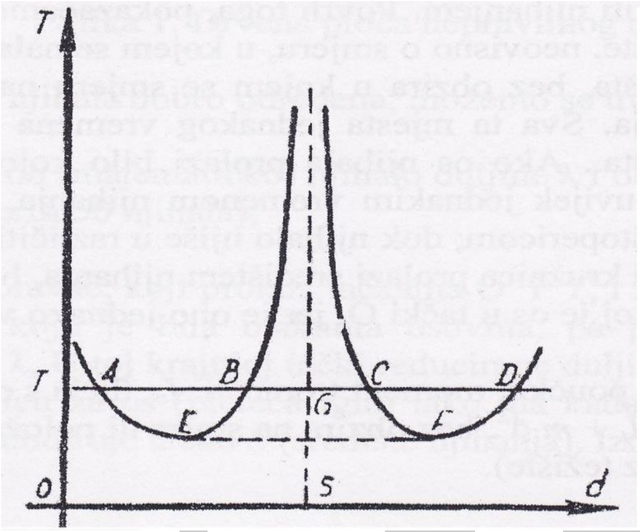
ПОСТУПАК:

- ❖ измјерити дужину физичког клатна;
- ❖ клатно поставити на први отвор и пустити да осцилује са амплитудом мањом од 1cm;
- ❖ укључити хронометар и одбројати 30 осцилација,те зауставити хронометар;
- ❖ израчунати период осциловања за прву тачку вјешања: $T = \frac{t}{n}$,тј.подијелити измјерено вријеме са бројем осцилација;
- ❖ клатно поставити на други отвор и поновити мјерење;
- ❖ понављати мјерења помјерајући тачку вјешања дуж цијеле дужине клатна;
- ❖ резултате представити табелом, па нацртати график T=f(d);

ТАБЕЛА

Број мјерења	d(m)	t(s)	T(s)
1.			

ГРАФИК:



- на графику нацртати праву паралелну са d осом на растојању које одговара вриједности T_1(округла вриједност),она сјеће добивену криву у четири тачке A,B,C и D,а то су тачке са истим периодом осциловања T_1;
- растојања AC и BD представљају редуковану дужину клатна l_0,за одговарајући период T;
- користећи релацију $g = 4\pi^2 \frac{l_0}{T^2}$ израчунава се убрзање земљине теже;
- посљедња три корака се могу поновити,те наћи средња вриједност редуковане дужине и онда израчунати убзање земљине теже;

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

У експерименту се употребљава физичко клатно због његових предности у односу на математичко клатно.Оно је стварно клатно те се не користе апроксимације као код математичког клатна и неистегљиво је.Користећи физичко клатно добијају се тачнија мјерења убрзања земљине теже.

Мјерећи вријеме потребно за n осцилација физичког клатна и израчунавјући периоде осциловања физичког клатна у различитим тачкама вјешања и након цртања графикаT=f(d) ,одређује се редукована дужина клатна.Уочава се зависност периода осциловања од тачке вјешања физичког клатна.Користећи одређену редуковану дужину клатна израчунава се убрзање земљине теже.

3. 3. Одређивање фреквенције принудног осцилатора

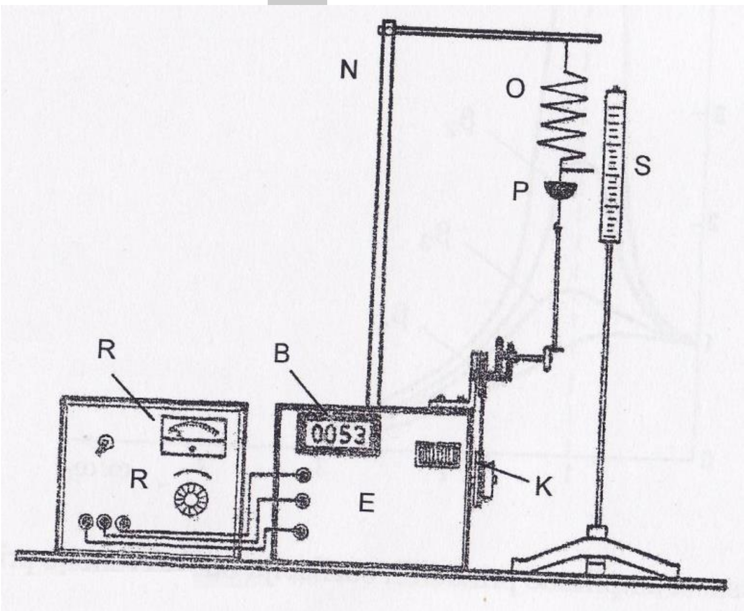
ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

❖ Одредити фреквенцију принудног осцилатора мјерећи број обртаја електромотора у јединици времена.

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

- ❖ Спирална опруга,O
- ❖ Електромотор,E
- ❖ гумена ременица-кајиш,K
- ❖ бројач обртаја,B
- ❖ сет тегова,P
- ❖ лењир,L
- ❖ хронометар,T
- ❖ реостат,R
- ❖ сталак са скалом,S

СЛИКА :



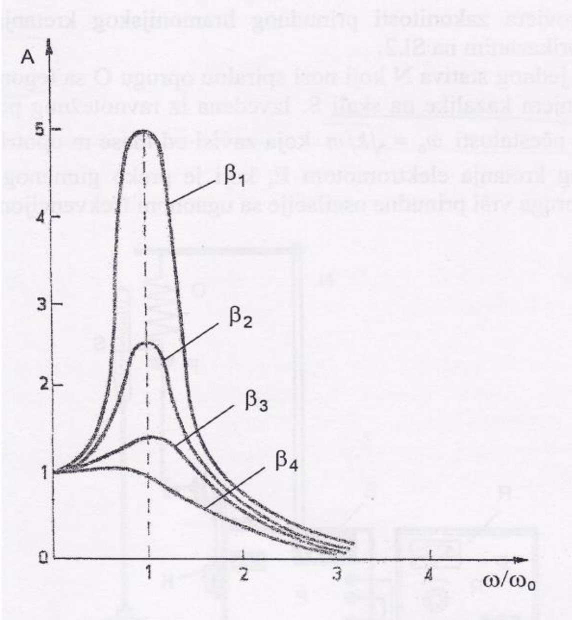
ПОСТУПАК:

- ❖ измјерити масу тега и окачити га о опругу;
- ❖ очитати почетни положај опруге са тегом P на скали S;
- ❖ извести опругу из равнотежног положаја и потаћи је да врши сопствене осцилације фреквенције $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ која зависи од масе тега;
- ❖ укључити електромотор и изазвати принудне осцилације опруге;
- ❖ након времена t очитати број обртаја мотора на бројачу обртаја ,на оси електромотора ($n = n_2 - n_1$);
- ❖ израчунати фреквенцију принудне силе тј.електромотора $\omega = 2\pi \frac{(n_2 - n_1)}{t}$;
- ❖ додати друге тегове различитих маса , па поступак поновити;
- ❖ за тегове различитих маса наћи фреквенције сопствених оцилација,мјерећи вријеме трајања t за 20 осцилација тј. $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi n}{t}$;
- ❖ добијене вриједности сопствених фреквенција упоредити са вриједностима добијеним обрасцом $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$;
- ❖ мјерити амплитуду осциловања опруге у зависности од угаоне фреквенције принудне силе;
- ❖ резултате представити табелом и нацртати график $A = f(\frac{\omega}{\omega_0})$;

ТАБЕЛА

Бр.мјерења	m(kg)	n	t(s)	T(s)	$\omega_0 = \frac{2\pi n}{t}$	$\omega_0 = \frac{k}{m}$	$\omega = \frac{2\pi(n_2 - n_1)}{t}$	A(m)
1.								

ГРАФИК:



АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

Након извршених мјерења трајања 20 осцилација опруге,те очитавања броја обртаја на бројачу електромотора израчунавају се сопствене и принудне фреквенције опруге ,за различите масе тегова.Експериментом се доказује зависност принудног кретања(издужења опруге) од принудне силе.Табеларно и графички се доказује зависност амплитуде принудног осциловања од угаоне фреквенције принудне силе тј.електромотора. Амплитуда осциловања такође зависи од амплитуде принудне силе F_0 и коефицијента пригушења β система.

3.4. Одређивање логаритамског декремента и реституционе константе пригушених осцилација

ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

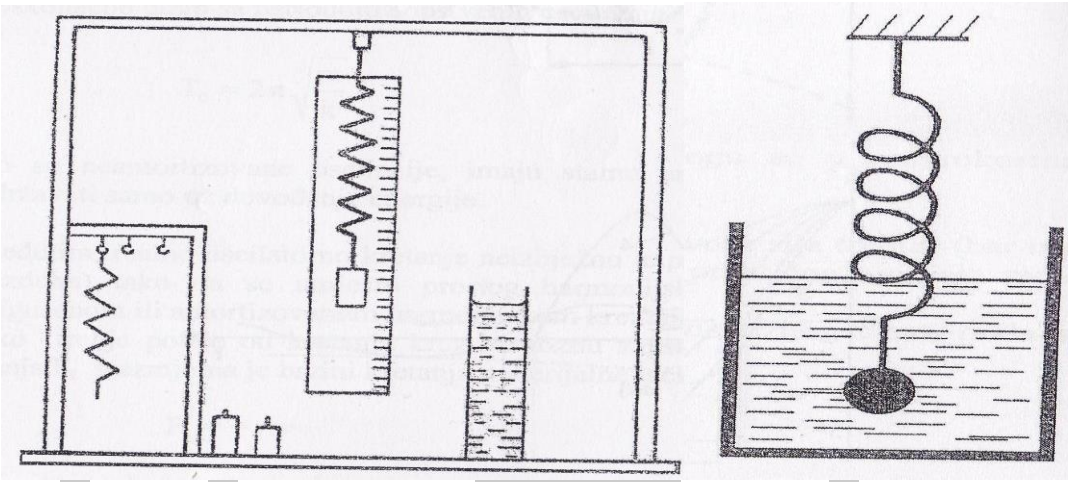
❖ одредити логаритамски декремент пригушених осцилација одређујући период пригушеног осциловања опруге и одредити реституциону константу мјерећи истезање опруге, са теговима различитих маса.

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

- осцилатор;
- сет утега –тијела-Т;
- лењир-L;

- лабораторијске чаше-М;
- сет разних течности;
- сет спиралних опруга-Z;
- пластична тацна;
- хронометар-Н

СЛИКА:



ПОСТУПАК:

- Измјерити дужину опруге без тега l_0;
- Измјерити масу тега и окачити га о опругу;
- Измјерити дужину опруге када је о њу окачен тег l_1 и одредити истезање опруге $\Delta l = l_1 - l_0$;
- Поновити мјерења са теговима различитих маса и израчунати константу реституционе силе формулом $k = \frac{mg}{\Delta l}$ и податке унијети у табелу;
- Извести тег из равнотежног положаја,пустити га да осцилује и хронометром мјерити вријеме потребно за 20 осцилација и израчунати период $T_0 = \frac{t}{n}$;
- Вриједност константе к реституционе силе израчунати помоћу израза $k = 4\pi^2 \frac{m}{T_0^2}$;
- Мјерења поновити са теговима различитих маса,а податке унијети у табелу;
- Потопити опругу са тегом у течност која је насута у посуду М и измјерити истезање опруге тј. амплитуду x_0;
- Извести тег у течности из равнотежног положаја и мјерити вријеме осциловања t све док амплитуда не опадне до 1/10 полазне амплитуде;

- Мјерења поновити са теговима различитих маса,а податке унијети у табелу;
- Израчунати логаритамски декремент користећи формулу: $\delta = \frac{T_0}{t}\ln 10 = 2{,}3\frac{T_0}{t}$;
- Одредити реституционе константе к(N/m) за различите опруге;
- Одредити период сопствених осцилација T_0,те логаритамске декременте појединачно,за сет опруга;
- Резултате представити табелом и графиком $T_0^2 = f(k)$

ТАБЕЛА 1.

Бр.мјерења	Маса тега(kg)	Δl (m)	t(s)	n	$T_0 = \frac{t}{n}(s)$	δ
1.						

ТАБЕЛА 2.

Бр.мјерења	Маса тега(kg)	$x_0(m)$	t(s)	δ
1.				

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

Реално осцилаторно кретање је праћено присуством сила трења тако да се умјесто простог хармонијског кретања практично ,увијек ради о пригушеном или амортизованом хармонијском кретању.Експериментом се одређују особине пригушених осцилација тј. логаритамски декремент,као бездимензионална и константна величина и реституциона константа.Графиком се доказује зависност периода сопствених осцилација од реституционе константе.

3. 5. Одређивање коефицијента еластичности опруге статичком методом

ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

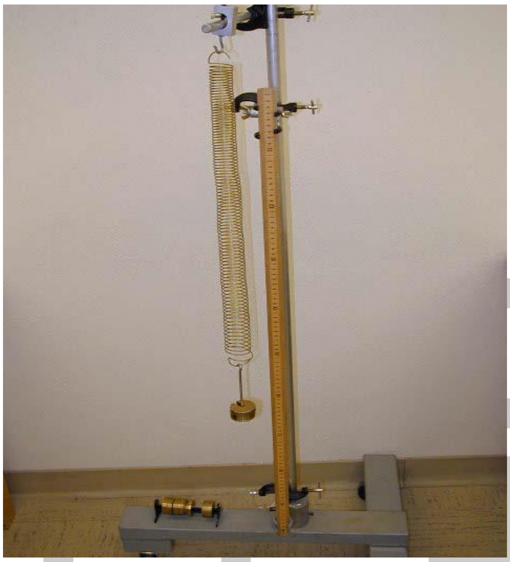
- Одредити коефицијент еластичности спиралне опруге мјерењем њеног издужења и силе којом је опруга истегнута. Коефицијент одредити уз помоћ графика.

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

- Опруга која је једним крајем причвршћена за сталак,
- сталак дуж ког се налази лењир,

- тегови разних маса.

СЛИКА:



ПОСТУПАК:

- Измјерити дужину опруге у недеформисаном стању
- Измјерити масу тега и окачити га о опругу
- Измјерити дужину опруге када је о њу окачен тег
- Израчунати издужење опруге $x = |l - l_0|$
- Додати други тег па поступак поновити
- Резултате представити табелом, па нацртати график F=f(x)
- На основу градијента функције одредити коефицијент опруге F=-kx.

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

Када на опругу дјелујемо неком силомона се деформише:истегне се или сабије у зависности од смјера дјеловања силе. Колика ће та деформација бити зависи од материјала од ког је опруга направљена. Експериментално је доказано да је сила еластичности сразмјерна истезању опруге.

3. 6. Одређивање периода осциловања еластичне опруге

ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

- Одредити периоде осциловања две опруге добијене теоријски и експериментално па их упоредити. коефицијенте еластичности две спиралне опруге мјерењем њиховог издужења а затим за 10 осцилација израчунати експерименталне вриједности периода осциловања. и силе којом је опруга истегнута. Коефицијент одредити уз помоћ графика.

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

- Двије опруге причвршћене за сталак;
- сталак дуж ког се налази лењир;
- штоперица;
- тегови разних маса.

ПОСТУПАК:

- Одредити коефицијенте еластичности две спиралне опруге мјерењем њиховог издужења као у претходном задатку $к_1$ и $к_2$;
- Оптеретити прву опругу тегом масе m па је пустити да осцилује и измјерити вријеме за које начини 10 осцилација;
- Уз помоћ формуле за период $T = \frac{\tau}{n}$ одредити експерименталну вриједност периода;
- Поступак поновити за другу опругу;
- Користећи вриједности добијене за к одредити теоријске вриједности периода $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ и резултате унијети у табелу;
- Добијене теоријске и експерименталне вриједност упоредити.

ТАБЕЛА 1.

$m[kg]$	$\tau[s]$	$T_{\exp}[s]$	$T_{teor}[s]$

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

Резултати добијени експерименталним и теоријским путем се прилично слажу. Грешка се јавља јер осцилације опруге нису у потпуности хармонијске и вријеме трајања осцилација није једнако.

3. 7. Одређивање момента инерције торзионог клатна

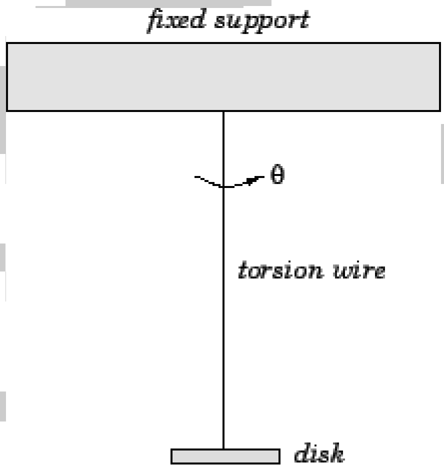
ЗАДАТАК ВЈЕЖБЕ:

❖ Одредити момент инерције тијела помоћу торзионог клатна.

ПОТРЕБАН ПРИБОР:

- ❖ Торзионо клатно са постољем и жицом;
- ❖ тијело чији момент инерције одређујемо;
- ❖ метално хомогено тијело правилног облика нпр. Ваљак;
- ❖ штоперица;
- ❖ помично мјерило.

СЛИКА:



ПОСТУПАК:

❖ Израчунати момент инерције тијела правилног облика (ваљка) мјерећи његову масу и полупречник основе: $I_v = \frac{1}{2} m r^2$.

❖ Окачити тијело о торзионо клатно и одредити вријеме за које клатно направи 20 осцилација па израчунати период осциловања: $T_v = \frac{\tau}{n}$.

- Скинути тијело познатог момента инерције и окачити тијело чији момент инерције одређујемо.
- Поступак одређивања периода осциловања поновимо са тијелом чији момент инерције одређујемо и добијемо T_x.
- Податке унесемо у табелу.
- Користећи формулу $I_x = I_v \frac{T_x^2}{T_v^2}$ одредимо непознати момент инеције.

ТАБЕЛА 1.

$m[kg]$	$r[m]$	$I_v\left[kgm^2\right]$	$T_v[s]$	$T_x[s]$

АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТА:

Ако се користи жица познате торзионе константе c момент инерције тијела се може одредити и на основу једначине $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}$.Торзиона константа жице зависи од материјала од ког је жица направљена. Она се може одредити уз помоћ тијела чији је момент инерције познат или се може лако одредити нпр.мјерењем масе тијела и његових димензија. Грешке су:

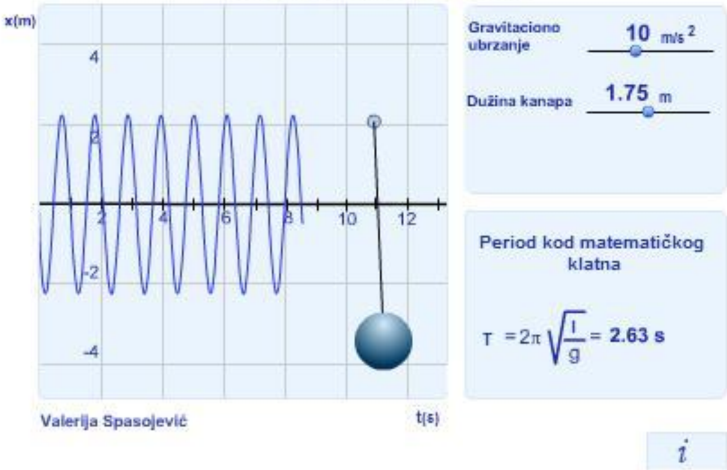
$$\delta I_v = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta r}{r}$$

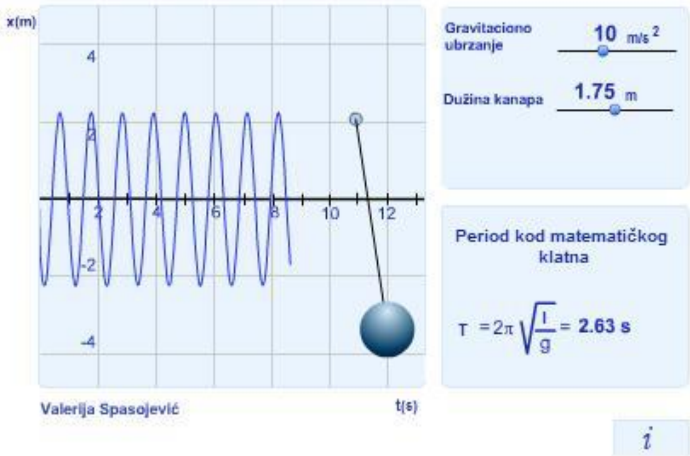
$$\delta I_x = \delta I_v + 2\left(\frac{\Delta T_x}{T_x} + \frac{\Delta T_v}{T_v}\right)$$

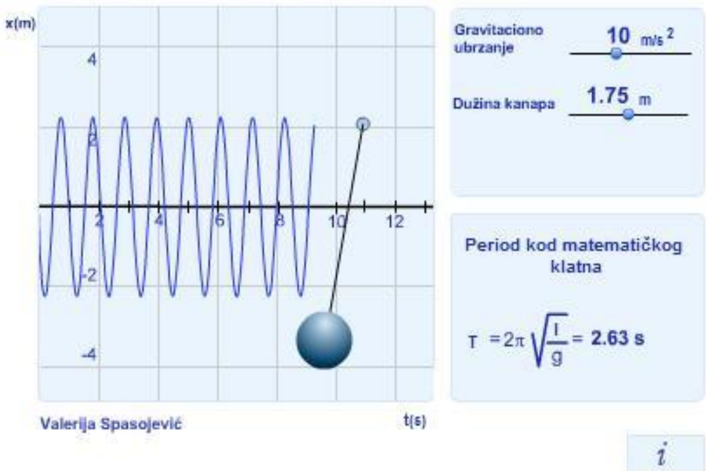
3.8. Одређивање убрзања силе земљине теже помоћу математичког клатна коришћењем симулације математичког клатна

-на сликама су приказани дијелови симулације коришћене за објашњавање осциловања математичког клатна:

Ispitivanje zavisnosti perioda oscilovanja matematičkog klatna od njegove dužine i gravitacije







4. ЗАКЉУЧАК

Лабораторијске вјежбе би требале бити више заступљене у настави како би се остварили циљеви наставе физике,с нагласком на развијање ученикових радних способности.

У овом раду су изабране лабораторијске вјежбе карктеристичне за тему осцилације и периодично кретање. Уврштене су и неке сложеније вјежбе које нису предвиђене наставним садржајем.Како се квалитет и квантитет знања ученика мора повећавати са њиховим узрастом,сматрамо да би се те вјежбе могле радити у средњој школи ако не у редовној настави,онда бар у оквиру додатне наставе физике.

Свака лабораторијска вјежба доноси нешто ново (нови захтјеви,нови циљеви,нова апаратура итд.),те се повећава интерес ученика за предмет.Ученици се морају трудити повезати све научене физичке појмове,физичке величине и законе.
Ако уложени труд уроди плодом тј.експеримент успије ученици осјећају посебно задовољство.Ученици се осјећају способним савладати све веће проблеме ,јер се способност рјешавања проблема развија током рада у лабораторији.

Који су још разлози за што већу заступљеност лабораторијских вјежби у настави физике?Мислимо да неким једноставнијим огледима из стварног живота физика постаје ученицима занимљивија.Наравно,вршећи експерименте и анализирајући резултате експеримената тј.пишући лабораторијске извјештаје ученици утврђују усвојена знања.Нагласиле смо све предности за ученике,али мислимо да је заједничка предност и наставницима и ученицима ,у повећању заинтересованости за физику као природну науку. Наиме,ученици често добијају оцјене на основу сувог теоријског знања.Како је немогуће тотално искључити теорију из испитивања, наставник кроз извођење лабораторијских вјежби може провјерити и учениково знање теорије,а и способност рјешавања проблема. Тај начин оцјењивања омогућава већу објективност. На тај начин ученик добија адекватну оцјену из одређене области физике.Тако ће сви бити задовољнији и наставници и ученици,а физика ће имати задовољавајући положај у средњим школама.

5. ЛИТЕРАТУРА

1. „Методички приручник за наставнике“,Рудолф Крсник,Школска књига,Загреб,2001.год.

2. „Дидактика физике-теорија наставе физике“,Томислав Петровић,Београд,1993.год.

3. „Лабораторијски приручник за физику“,Завод за школску опрему,Загреб,1980.год.

4. „Експерименталне вјежбе из физике,механика“,др.Иван Томљеновић,Бања Лука,2010.год.

5. Интернет,симулације