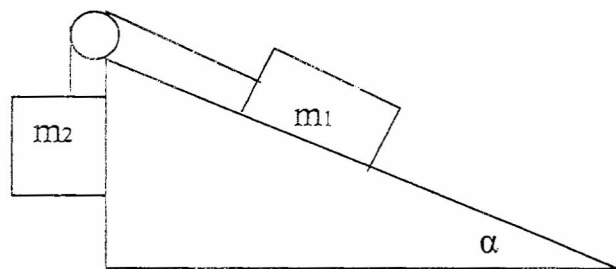


РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ИЗ ФИЗИКЕ
ШКОЛСКЕ 2008/2009. ГОДИНЕ

I РАЗРЕД

1. Од плутаче која се налази на средини широке ријеке удаљавају се два чамца А и Б. Чамци се крећу по узајамно нормалним правцима: чамац А у правцу тока ријеке, чамац Б у правцу нормалном на ток ријеке. Удаливши се на једнако растојање од плутаче, чамци су се потом вратили до ње. Наћи однос времена кретања чамаца t_A/t_B , ако је брзина сваког чамца $\eta=1.2$ пута већа од брзине тока ријеке.
2. Тијело масе $m=50\text{g}$ склизне из мира са врха стрме равни нагибног угла $\alpha=30^\circ$ и потом се настави кретати још $l=50\text{cm}$ по хоризонталној равни, те се заустави. Одредити рад силе трења дуж цијелог пута, ако је коефицијент трења $k=0.15$.
3. Граната испалена брзином $v=100\text{m/s}$ под углом $\alpha=45^\circ$ у односу на хоризонт у највишој тачки О распала се на два једнака дијела. Један дио је пао тачно испод тачке О брзином $v_1=97\text{m/s}$. Колика је брзина другог комада при удару у земљу.
4. Нагибни угао стрме равни је $\alpha=30^\circ$. Однос маса тијела $m_2/m_1=\eta=2/3$. Коефицијент трења између m_1 и подлоге је $k=0.10$. Маса точка и нити су занемарљиве, као и трења на точку. Наћи интензитет и смијер убрзања тијела m_2 ако је систем почео да се креће из стања мировања. (Слика 1.)

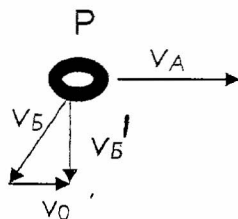


Слика 1.

5. Колико је дугачка нит математичког клатна ако замислимо да оно осцилује на некој планети чија је густина једнака густини Земље, али јој је полупречник два пута мањи од полупречника Земље? Период осциловања клатна је 5 секунди.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА ПРВИ РАЗРЕД

1. $v_A = v_B = \eta v_0$
 $\eta = 1.2$
 $\tau_A, \tau_B = ?$



Ако са s означимо дужину пута коју чамац А пређе низводно као и пут који чамац Б пређе нормално на ток ријеке, а брзину ријеке са v_0 , имамо:

А:

- низводно

$$s = (v_0 + v_A) t_{1A} = (v_0 + \eta v_0) t_{1A} \quad (2)$$

$$t_{1A} = s / v_0 (\eta + 1) \quad (1)$$

- uzvodno

$$s = (v_A - v_0) t_{2A} = (\eta v_0 - v_0) t_{2A} \quad (2)$$

$$t_{2A} = s / v_0 (\eta - 1) \quad (1)$$

Укупно вријеме кретања чамца А добијамо као

$$\tau_A = t_{1A} + t_{2A} \quad (1)$$

$$\tau_A = s / v_0 (\eta + 1) + s / v_0 (\eta - 1)$$

$$\tau_A = 2s\eta / v_0 (\eta^2 - 1) \quad (1)$$

Б:

- да би се чамац Б кретао нормално на ток ријеке, он се мора кретати под неким углом α , па из слагања брзина имамо:

(са слике):

$$v_B^2 = v_0^2 + v_B'^2 \quad (1)$$

Вријеме за које чамац оде од плутаче до заустављања, једнако је времену повратка чамца, с тим да се чамац у оба смијера креће истом брзином:

$$s = (v_B^2 - v_0^2)^{1/2} t_{1B} \quad (1)$$

$$s = (v_B^2 - v_0^2)^{1/2} t_{2B} \quad (1)$$

$$t_{1B} = s / (v_B^2 - v_0^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$t_{2B} = s / (v_B^2 - v_0^2)^{1/2} \quad (1)$$

Укупно вријеме кретања чамца Б добијамо као

$$\tau_B = t_{1B} + t_{2B} \quad (1)$$

$$\tau_B = 2s / (v_B^2 - v_0^2)^{1/2} = 2s / (\eta^2 v_0^2 - v_0^2) = 2s / v_0(\eta^2 - 1)^{1/2} \quad (2)$$

На крају имамо:

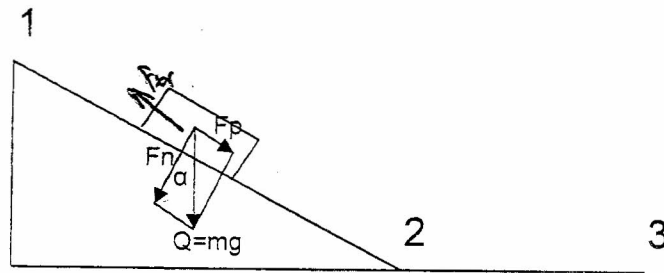
$$\tau_A / \tau_B = \{2s\eta / v_0(\eta^2 - 1)\} / \{2s / v_0(\eta^2 - 1)^{1/2}\} \quad (2)$$

$$\tau_A / \tau_B = \eta / (\eta^2 - 1)^{1/2} \quad (1)$$

$$\tau_A / \tau_B = 1.2 / ((1.2)^2 - 1)^{1/2}$$

$$\tau_A / \tau_B = 1.8 \quad (1)$$

2. $m = 50 \text{ g}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $k = 0.15$
 $l = 50 \text{ cm}$



Укупан рад силе трења је једнак раду који је извршен на на стрмој равни A_1 и раду који је извршен на хоризонталној подлози A_2 . Дужина стрме равни је означена са s , висина са h , а дужина хоризонталне равни са l .

$$A = A_1 + A_2 \quad (1)$$

$$F_1 = -kF_n \quad (1)$$

$$F_n = mg \cos \alpha \quad (0.5)$$

$$F_2 = -kmg \quad (1)$$

$$A_1 = F_1 s = -kmg \cos \alpha s \quad (0.5)$$

$$A_2 = F_2 l = -kmg l \quad (0.5)$$

Укупан рад:

$$A = -kmg \cos \alpha s - kmg l \quad (1)$$

$$A = -kmg (s \cos \alpha + l) \quad (1)$$

Укупни рад је једнак промјени енергије, па имамо:

$$A = E_3 - E_1 \quad (1)$$

$$1: E_p = mgh \quad E_k = 0 \quad (1)$$

$$3: E_p = 0 \quad E_k = 0 \quad (1)$$

Одавде слиједи:

$$0 - E_p = A \quad (1)$$

$$A = -mgh \quad (1)$$

Са слике уочавамо:

$$\sin\alpha = h/s \quad (0.5)$$

одакле је

$$h = s \sin\alpha \quad (0.5)$$

С обзиром да је дужина стрме равни непозната, из задње једначине уврстимо x у једначину за рад коју смо добили расписивањем закона одржања енергије, те одатле изразимо дужину равни коју ћемо уврстити за коначни израз за рад силе трења

$$A = -mgh = -mgs \sin\alpha \quad (1)$$

$$s = -A/mg \sin\alpha \quad (1)$$

$$A = -kmg(-A/mg \sin\alpha) \cos\alpha - kmgl \quad (1)$$

$$A = kA \cos\alpha - kmgl \quad (0.5)$$

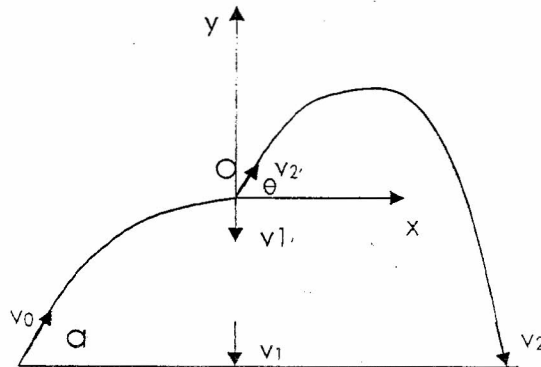
$$kmgl = A(k \cos\alpha - 1) \quad (0.5)$$

$$A = kmgl / (k \cos\alpha - 1) \quad (0.5)$$

$$A = 0.15 \cdot 0.05 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.05 \text{ m} / (0.15 \cdot \cos 30^\circ - 1) \quad (1)$$

$$A = 0.05 \text{ J} \quad (2)$$

3. $v_0=100\text{m/s}$
 $\alpha=45^\circ$
 $v_1=97\text{m/s}$
 $v_2=?$



Са слике видимо да је

$$v=v_0\cos\alpha \quad (0.5)$$

Примјенивши закон одржања импулса имамо (у тачки O):

$$p=p_1+p_2 \quad (0.5)$$

$$mv=(m/2)v_1'+(m/2)v_2' \quad (0.5)$$

пошто нам и на лијевој и на десној страни фигурише маса, може се скратити. па слиједи:

$$v=v_1'/2+v_2'/2 \quad (1)$$

У тачки O можемо поставити координатни систем и расписати компоненте брзине:

$$x: v=0+(v_2'/2)\cos\theta \quad (1)$$

$$y: 0=-v_1'/2+(v_2'/2)\sin\theta \quad (1)$$

Из ове двије једначине се може изразити v_2' компонента брзине преко v и v_1' , тако што једначину x : квадрирамо, а из једначине y : изразимо $\sin\theta$.

$$v^2=(1/4 v_2'^2)\cos^2\theta \quad (0.5)$$

$$\sin\theta=v_1'/v_2' \quad (0.5)$$

Косинус у првој једначини изразимо преко синуса по формули,

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1, \quad (0.5)$$

те извршимо замјену:

$$v^2 = (1/4 v_2^2)(1 - \sin^2\theta) \quad (0.5)$$

$$v^2 = (1/4 v_2^2)(1 - v_1^2 / v_2^2) \quad (0.5)$$

$$v^2 = 1/4 v_2^2 - 1/4 v_1^2 \quad (1)$$

Одавде се добије v_2^2

$$v_2^2 = 4v^2 + v_1^2 \quad *$$

Расписивањем закона одржања енергије у тачки О се добија

$$(1/2)(m/2) v_1^2 + (m/2)gH = (1/2)(m/2) v_1^2 \quad (1)$$

$$(1/2)(m/2) v_2^2 + (m/2)gH = (1/2)(m/2) v_2^2 \quad (1)$$

Скративши обе једначине са $m/2$

$$(1/2) v_1^2 + gH = (1/2) v_1^2 \quad (0.5)$$

$$(1/2) v_2^2 + gH = (1/2) v_2^2 \quad (0.5)$$

и множећи са 2 добија се:

$$v_1^2 + 2gH = v_1^2 \quad (1)$$

$$v_2^2 + 2gH = v_2^2 \quad (1)$$

Тражену v_2 брзину можемо добити из задње једначине изражену преко познатих величина, тако што ћемо v_2 изразити из једначине * :

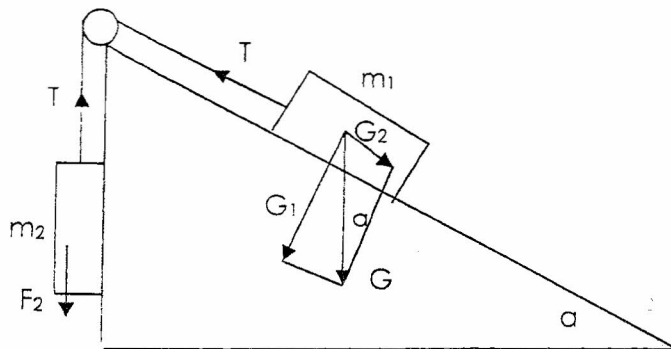
$$v_2^2 = v_2^2 + 2gH = 4v^2 + v_1^2 + 2gH \quad (1)$$

$$v_2^2 = 4v^2 + 2gH + v_1^2 - 2gH \quad (1)$$

$$v_2^2 = 4v^2 + v_1^2 \quad (1)$$

$$v_2 = (4v^2 + v_1^2)^{1/2} \quad (1)$$

4. $\alpha=30^\circ$
 $m_2/m_1=\gamma=2/3$
 $k=0.10$



$$m_2/m_1=\gamma=2/3$$

$$m_2=\gamma m_1 \quad (0.5)$$

Ако претпоставимо да ће се систем кретати у смијеру дјеловања силе F_2 имамо следећи систем једначина:

$$m_2 a = F_2 - T \quad (2)$$

$$m_1 a = T - F_{tr} - G_2 \quad (2)$$

Рјешавањем овог система једначина по a имамо:

$$a(m_1 + m_2) = F_2 - T + T - F_{tr} - G_2 \quad (1)$$

За силу трења имамо:

$$F_{tr} = -k G_1 \quad (1)$$

Са слике се види:

$$G_1 = G \cos \alpha = m_1 g \cos \alpha \quad (1)$$

одатле:

$$a(m_1 + m_2) = m_2 g - m_1 g k \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha \quad (1)$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1 k \cos \alpha - m_1 \sin \alpha) \quad (1)$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1(k \cos \alpha + \sin \alpha)) \quad (1)$$

$$v_2 = (4*(v_0 \cos \theta)^2 + v_1^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$v_2 = 171 \text{ m/s} \quad (1)$$

5. $T=5s$

$$\rho = \rho_z$$

$$r = 1/2 * r_z$$

$$l = ?$$

Да бисмо одредили дужину клатна на датој планети, морамо прво да одредимо гравитационо убрзање планете.

- На Земљи важи:

$$mg_z = Gmm_z / r_z^2 \quad (1)$$

одакле g Земље можемо изразити преко масе, односно густине и полупречника Земље:

$$g_z = Gm_z / r_z^2 \quad (1)$$

$$m = \rho V \quad (1)$$

Пошто можемо замислити Земљу као сферу, за њену запремину имамо:

$$V = 4/3 r_z^3 \pi \quad (1)$$

Па слиједи:

$$g_z = G\rho_z (4/3 r_z^3 \pi) / r_z^2 \quad (1)$$

$$g_z = (4/3) G\rho_z r_z \quad (1)$$

- На планети важи:

$$mg_p = Gmm_p / r_p^2 \quad (1)$$

$$g_p = Gm_p / r_p^2 \quad (1)$$

$$g_p = G\rho_p (4/3 r_p^3 \pi) / r_p^2 \quad (1)$$

$$g_p = (4/3) G\rho_p r_p \quad (2)$$

Ако подијелимо изразе за гравитационо убрзање планете и Земље, можемо изразити гравитационо убрзање планете преко познатог гравитационог убрзања земље:

Одавде можемо изразити само a :

$$a = g(m_2 - m_1(k\cos\alpha + \sin\alpha)) / (m_1 + m_2) \quad (2)$$

Сада масу m_2 можемо изразити преко масе m_1 :

$$a = g(\gamma m_1 - m_1(k\cos\alpha + \sin\alpha)) / (m_1 + \gamma m_1) \quad (1)$$

Маса m_1 нам фигурише и у бројнику и у називнику па је можемо пократити:

$$a = g m_1(\gamma - (k\cos\alpha + \sin\alpha)) / (m_1(1 + \gamma)) \quad (1)$$

$$a = g(\gamma - (k\cos\alpha + \sin\alpha)) / (1 + \gamma) \quad (3)$$

$$a = 0.05g \quad (1)$$

$$a = 0.05 * 9.81 \text{ m/s}^2 \quad (0.5)$$

$$a = 0.4905 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$