18. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (Бања Лука, 16. април 2011)

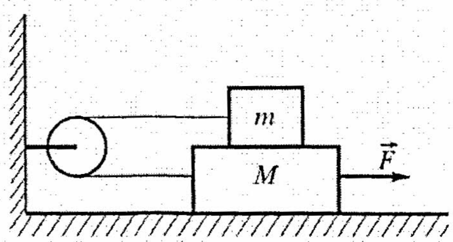
III РАЗРЕД

1. У раван кондензатор дужине $l=5$ *cm* улијеће електрон под углом $\alpha=15^0$ према плочама. Електрон посједује енергију од *1500 eV*. Растојање између плоча је $d=1$ *cm*. Одредити величину напона на плочама кондензатора при којем ће се електрон по изласку из кондензатора кретати паралелно са плочама.

2. Један протон се креће у позитивном смјеру x-осе, брзином $v_1 = 10^7\,\frac{m}{s}$, а други у позитивном смјеру y-осе. У тренутку када први пролази кроз координантни почетак, други је у тачки чије су координате $x_0 = 0, y_0 = 10\,cm, z_0 = 0$. Колика треба да буде брзина другог протона да би индукција магнетног поља, у том тренутку, у тачки А (чије су координате $x = 10\,cm, y = 10\,cm, z = 0$) била једнака нули? Сматрати да се промјене магнетног поља тренутно преносе до посматране тачке.

3. Однос броја намотаја на секундару и примару једног трансформатора износи $n = \frac{N_s}{N_p} = 2$. Када се на примар доведе наизмјенични напон ефективне вриједности $U_1 = 100\,V$, на секундару у празном ходу је $U_2 = 197\,V$. Колико пута треба смањити релативну пермеабилност језгра па да напон на "неспојеном" секундару буде једнак напону на улазу. Расипање флукса у језгру занемарити.

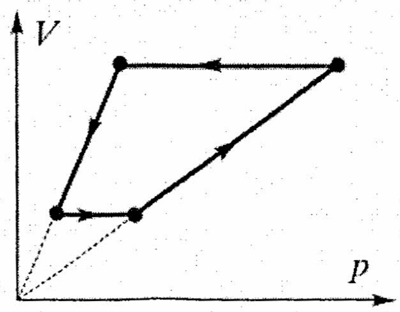
4. На хоризонталном столу лежи тијело масе $M=2kg$, а на њему друго, мање тијело $m=1kg$. Тијела су повезана неистегљивом нити, која је пребачена преко котура (види слику 1). Масе нити и котура су занемарљиве. Одредити хоризонталну силу F, којом треба дјеловати на доње тијело да би се оно удаљавало од котура константним убрзањем $a=g/2$. Коефицијент трења између тијела износи $\mu=0.5$, а трење између доњег тијела и стола се занемарује.



Слика 1.

5. У кружном циклусу приказаном на слици 2 радно тијело је идеалан једноатомски гас. Однос максималне и минималне температуре гаса у току циклуса је τ=4. При ком односу максималног и минималног притиска гаса υ, кружни циклус описује рад топлотне машине, а при ком рад уређаја за хлађење?

Слика 2



РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. v_x - не мијења се при кретању електрона унутар конд. јер у том правцу силе не дејствују.

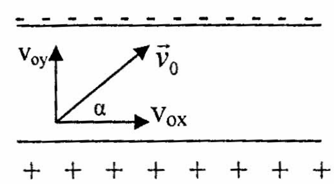
   v_y - мијења се и може бити једнака нули, у том случају би се електрон по изласку из кондензатора кретао брзином $v = v_x = v_{0x}$, тј. паралелно плочама кондензатора.

   $v_{0y} = v_0 \sin\alpha,$

   $v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$

   $v_y = v_{0y} - at,$

   $v_x = v_{0x}.$



Слика 1.

v_y - постаје једнако нули када је $a = \dfrac{v_{0y}}{t} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{t}$,

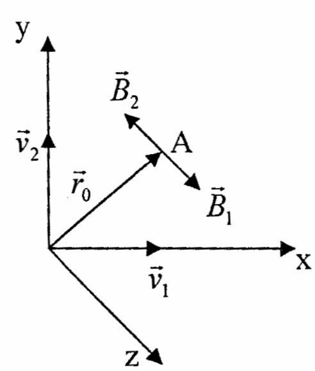
$t = \dfrac{l}{v_x} = \dfrac{l}{v_0 \cos\alpha}$, $\quad a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{eE}{m} = \dfrac{eU}{md}$,

Рјешавањем претходних једначина добијамо:

$$\frac{eU}{md} = \frac{v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{l} \Rightarrow U = \frac{mv_0^2 \sin 2\alpha\, d}{2el} = 150\text{V}. \qquad \left(\frac{mv_0^2}{2} = 1500\, eV\right)$$

2. Индукција магнетног поља коју изазива наелектрисање у кретању је:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}_0}{r^2}, \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\theta}{r^2}$$



Индукција магнетног поља које потиче од прве честице, у посматраној тачки (тачка А), има смјер z-осе, а од друге честице је усмјерена у негативном смјеру z –осе (слика 2).

Слика 2.

Када су интензитети тих вектора међусобно једнаки резултујућа индукција је једнака нули.

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv_1 \sin 45^\circ}{x^2 + y^2} \qquad \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv_2 \sin 90^\circ}{x^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv_1 \sin 45^\circ}{x^2 + y^2} \Rightarrow$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv_2 \sin 90^\circ}{x^2} \qquad v_2 = \frac{v_1 x^2 \sin 45^\circ}{x^2 + y^2} = 3{,}5\cdot 10^6\,\frac{m}{s}.$$

$$B_1 = B_2$$

3. Када не би било термогеног отпора на примару, напон на излазу би износио 200 V. Пад напона на термогеном отпору примара једини је могући узрок за мању вриједност напона на излазу (пошто нема расипања флукса). Вектор напона на улазу једнак је векторском збиру напона на термогеном и индуктивном отпору (иако су они овдје нераздвојиви јер се ради о термогеном отпору соленоида):

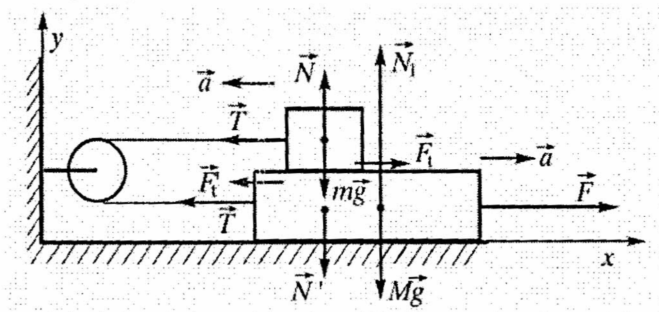
$$U_1=\sqrt{U_R^2+U_L^2}=U_L\sqrt{1+\left(\frac{U_R}{U_L}\right)^2}=U_L\sqrt{1+\left(\frac{R}{X_L}\right)^2},$$

$$U_2=nU_L=\frac{nU_1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{X_L}\right)^2}}$$

Ако се к-пута смањи релативна пермеабилност језгра, толико пута се смањи индуктивитет и индуктивни отпор примара, па је нови напон:

$$U_2'=U_1=\frac{nU_1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{X_L'}\right)^2}}=\frac{nU_1}{\sqrt{1+\left(\frac{kR}{X_L}\right)^2}}\Rightarrow \quad k=\frac{X_L}{R}\sqrt{n^2-1}=U_2\sqrt{\frac{n^2-1}{(nU_1)^2-U_2^2}}\approx 10.$$

4. Пошто је нит неистегљива, убрзања оба тијела су истог интензитета a, а супротног смијера (видјети слику 3.). Пошто је маса котура занемарљива, интензитет силе затезања је једнак у цијелој нити.



Слика 3.

На горње тијело дјелују: сила затезања нити $\vec{T}$, сила трења $\vec{F_t}$, нормална реакција везе $\vec{N}$ од доњег тијела, те сила Земљине теже $m\vec{g}$, па се други Њутнов закон за његово кретање може написати у облику:

$$m\vec{a}=\vec{T}+\vec{F_t}+\vec{N}+m\vec{g} \qquad (2)$$

А његове пројекције на x и y осу:

$$-ma=-T+\vec{F_t}\ (*) \qquad (1)$$

$$0=N-mg \qquad (1)$$

Пошто је из послиједње једначине $N=mg$, то је

$$F_t=\mu N=\mu mg \qquad (1)$$

На доње тијело дјелују: сила $\vec{F}$, сила затезања нити $\vec{T}$, сила трења $\vec{F_t}$, нормална реакција везе $\vec{N'}$ од горњег тијела, нормална реакција везе $\vec{N_1}$ од подлоге, те сила Земљине теже $M\vec{g}$, па је други Њутнов закон за његово кретање

$$M\vec{a}=\vec{F}+\vec{T}+\vec{F_t}+\vec{N'}+\vec{N_1}+M\vec{g} \qquad (2)$$

Пројекција ове једначине на x осу има облик

$$Ma=F-T-F_t' \quad (**) \qquad (1)$$

По Закону акције и реакције, силе трења, као и силе међусобног дјеловања, имају исти интензитет, односно,

$$F_t'=F_t=\mu mg \qquad (1)$$

Ако се искористи услов задатка да је $a=g/2$, једначине (*) и (**) могу бити написане у облику

$$m\frac{g}{2} = T - \mu mg$$ (1)

$$M\frac{g}{2} = F - T - \mu mg$$ (1)

Послије сабирања послиједње двије једначине добијамо:

$$F = \frac{(m+M)g}{2} + 2\mu mg$$ (1)

$$F = \frac{1}{2}(M + 3m)g$$ (1)

F=24.5 N (2)

Укупно (15)

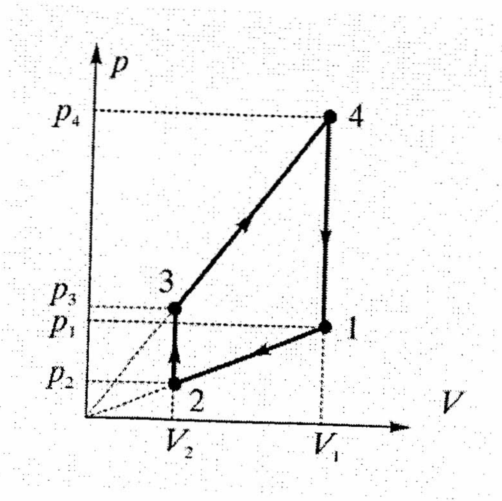
5. Датом *V-p* дијаграму циклуса одговара *p-V* дијаграм приказан на слици 4. Уводимо следеће ознаке за параметре стања гаса:

1: p_1, V_1, T_1

2: $p_2=p_{mин}$, $V_2=V_3$, $T_2=T_{mин}$

3: p_3, V_3, T_3 (1)

4: $p_4=p_{max}$, $V_4=V_1$, $T_4=T_{max}$



Slika 4.

Са *p-V* дијаграма циклуса види се да у процесима *1→2* и *3→4* притисак линеарно зависи од запремине, па се моженаписати:

$p=aV$

гдје је а константа која није једнака у оба процеса, па можемо написати:

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$$ (1)

$$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4}$$

Ако искористимо једначину стања гаса, можемо елиминисати запремину, па имамо:

$$\frac{T_1}{p_1^2} = \frac{T_2}{p_2^2} = \frac{T_{min}}{p_{min}^2}$$ (1)

$$\frac{T_3}{p_3^2} = \frac{T_4}{p_4^2} = \frac{T_{max}}{p_{max}^2}$$ (1)

Процеси *2→3* и *4→1* су изохорски, па према Шарловом закону слиједи:

$$\frac{T_1}{p_1} = \frac{T_4}{p_4} = \frac{T_{max}}{p_{max}} \qquad (1)$$
$$\frac{T_3}{p_3} = \frac{T_2}{p_2} = \frac{T_{min}}{p_{min}}$$

Из ових једначинасе добија:

$$p_1 = \frac{T_{max}}{T_{min}} \frac{p_{min}^2}{p_{max}} = \frac{\tau}{\upsilon} = p_{min} \qquad (1)$$
$$p_{31} = \frac{T_{min}}{T_{max}} \frac{p_{max}^2}{p_{min}} = \frac{\upsilon}{\tau} = p_{max} \qquad (1)$$

Да би се одредио коефицијент корисног дејства циклуса потребно је одредити количину топлоте коју систем прими и количину топлоте коју систем отпусти у току једног циклуса. У посматраном циклусу систем прими топлоту у процесима 2→3 и 3→4, а отпушта у процесима *4→1* и *1→2*. Означимо их са Q_{234} и Q_{412}, респективно. Ако се примјени Први принцип термодинамике, Q_{234} и Q_{412} се могу изразити преко одговарајућих промјена унутрашње енергије и извршених радова:

$$Q_{234} = \Delta U_{234} + A_{234}$$
$$Q_{412} = \Delta U_{412} + A_{412} \qquad (1)$$

Промјене унутрашње енергије се могу написати у облику:

$$\Delta U_{234} = \frac{3}{2} nR(T_4 - T_2) = \frac{3}{2} nR(T_{max} - T_{min}) = \frac{3}{2} nRT_{min}(\tau - 1) \qquad (1)$$
$$\Delta U_{412} = \frac{3}{2} nRT_{min}(1 - \tau) \qquad (1)$$

Извршени радови у изохорским процесима 2→3 и 4→1 су нула. Радове у процесима 3 →4 и 1→2 се могу одредити као површина испод графика одговарајућих процеса са слике у рјешењу.

$$A_{234} = A_{34} = \frac{1}{2}(p_3 + p_{max})(V_1 - V_2)$$
$$A_{234} = \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon}{\tau} p_{max} + p_{max}\right)(V_4 - V_2)$$
$$A_{234} = \frac{1}{2} p_{max} \left(\frac{\upsilon}{\tau} + 1\right)\left(\frac{nRT_{max}}{p_{max}} - \frac{nRT_{min}}{p_{min}}\right) = \frac{1}{2} nRT_{min} \left(\frac{\upsilon}{\tau} + 1\right)(\tau - \upsilon) \qquad (3)$$
$$A_{412} = A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_{min})(V_2 - V_1)$$
$$A_{412} = A_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\upsilon} p_{min} + p_{max}\right)(V_2 - V_4)$$
$$A_{412} = A_{12} = \frac{1}{2} p_{min} \left(\frac{\tau}{\upsilon} + 1\right)\left(\frac{nRT_{min}}{p_{min}} - \frac{nRT_{max}}{p_{max}}\right) = \frac{1}{2} nRT_{min} \left(1 - \frac{\tau^2}{\upsilon^2}\right) \qquad (3)$$

Коефицијент корисног дејства озноси:

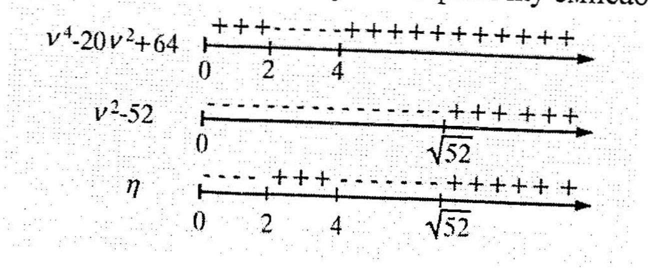
$$\eta = 1 + \frac{Q_{412}}{Q_{234}} = 1 + \frac{\Delta U_{412} + A_{12}}{\Delta U_{234} + A_{34}} \qquad (1)$$
$$\eta = 1 + \frac{3(1-\tau) + \left[1 - \left(\frac{\tau}{\upsilon}\right)^2\right]}{3(\tau - 1) + \tau\left[1 - \left(\frac{\upsilon}{\tau}\right)^2\right]} \qquad (2)$$

Ако се уврсти задата вриједност τ=4, добија се следећа зависност коефицијента корисног дејства од максималног и минималног притиска

$$\eta=\frac{\upsilon^4-20\upsilon^2+64}{\upsilon^2(\upsilon^2-52)}$$

(2)

Циклус описује топлотну машину ако је $\eta>0$, а уређај за хлађење када је $\eta<0$. Знак η зависи од знака функција $\upsilon^4-20\upsilon^2+64$ и $\upsilon^2(\upsilon^2-52)$. На слици 5 је дата шема за одређивање знака ових функција за $\upsilon>0$ које им а физичку смисао.



Слика 5.

Са слике се види да циклус описује толотну машину ако је:

$2<\upsilon<4$ и $\upsilon>2\sqrt{13}$

(2)

А уређај за хлађење ако је:

$0<\upsilon<2$ и $4<\upsilon<2\sqrt{13}$

(2)

Укупно (25)