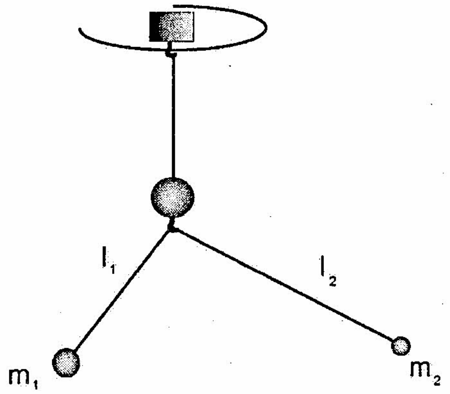
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ 16.4.2011. год.
IV разред

1. Два тега масе $m_1 = 10g$ и $m_2 = 5g$ везани су за конце дужина $l_1 = 28\,cm$ и $l_2 = 30\,cm$. Други крајеви конаца везани су за трећи тег који је објешен о куку. Кука се може обртати око вертикалне осе као што је приказано на слици. До које фреквенције се два тега могу окретати, а да канап изнад трећег тега остане вертикалан? **[30 бодова]**



2. Три мола идеалног гаса налазе се на температури $T_0 = 273\,K$. Након што се изотермно прошири 5 пута, гас се изохорно рашири тако да му је у коначном стању притисак једнак почетном. У току цијелог процеса гасу је доведено $80\,kJ$ топлоте. Наћи вриједност његове адијабатске константе. ($R = 8{,}314\dfrac{J}{mol\,K}$ **[20 бодова]**

3. Да би се измјерио угао φ између компоненти двојне звијезде, испред телескопа се поставља заслон са двије пукотине чији се размак d може мијењати. Промјеном размака уочено је да се први дифракциони минимум јавља за $d = 0{,}95m$. Уз претпоставку да је таласна дужине $\lambda = 550nm$, наћи φ. **[15 бодова]**

4. Радиоактивни изотоп једног елемента има атомску масу $m_A = 40{,}975305$. Електронским захватом он прелази у стабилни елемент атомске масе $m_B = 40{,}974836$. Ако претпоставимо да је језгро првог елемента мировало, одредити енергију узмака језгре другог елемента и енергију неутрина који прати ову реакцију. Претпоставити да су маса мировања неутрина и енергија емитованог фотона занемариви. ($m_e = 9{,}1091\cdot 10^{-31}kg$, $N_{av} = 6{,}002252\cdot 10^{23}mol^{-1}$ $c = 2{,}9979\cdot 10^{8}m/s$) **[20 бодова]**

5. Брзина стварања једног изотопа је $10^{13}atoma\ m^{-3}s^{-1}$. За које вријеме ће активност овог изотопа бити $3{,}7\cdot 10^{8}Bq/kg$ ако му је вријеме полураспада $3{,}3h$, а густина $\rho = 11650kg/m^3$? **[15 бодова]**

Задатке приредио
Сретен Лекић

Рјешења 4. разред

1. Два тега масе $m_1 = 10g$ и $m_2 = 5g$ везани су за конце дужина $l_1 = 28\,cm$ и $l_2 = 30\,cm$. Други крајеви конаца везани су за трећи тег који је објешен о куку. Кука се може обртати око вертикалне осе као што је приказано на слици. До које фреквенције се два тега могу окретати, а да канап изнад трећег тега остане вертикалан? **[30 бодова]**

Тегови се крећу истом угаоном брзином један наспрам другога и због различитих маса и различитих дужина конца, нагибзатегнутих нити је под углом α и углом β. Конац изнад трећег тега је уравнотежен зато што су компоненте центрипеталне силе хоризонталне и једнаке по инензитету а супротне по смјеру. Са повећањем брзине ротације допринос центрипеталних сила знатно брже расте од компоненти тежине, па за довољно брзу ротацују није за исти ω добити реално рјешење.

$F_{c1} = m_1\omega^2 r_1 = m_2\omega^2 r_2 = F_{c2}$, $r_1 = l_1 \sin \alpha$, $r_2 = l_2 \sin\beta$ **[5 бодова]**

$m_1\omega^2 l_1 \sin\alpha = m_2\omega^2 l_2 \sin\beta$ За угао силе напетости конца вриједи $\dfrac{F_c}{m_1 g} = \tan\alpha$ и $\dfrac{F_c}{m_2 g} = \tan\beta$ **[5 бодова]**

Из $\dfrac{m_1\omega^2 l_1 \sin\alpha}{m_1 g} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ и $\dfrac{m_2\omega^2 l_2 \sin\beta}{m_2 g} = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ **[5 бодова]**. Из $\dfrac{\omega^2 l_1}{g} = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ и $\dfrac{\omega^2 l_2}{g} = \dfrac{1}{\cos\beta}$ **[5 бодова]** ($\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$, $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$) слиједи $m_1 l_1\sqrt{1-\dfrac{g^2}{\omega^4 l_1^2}} = m_2 l_2\sqrt{1-\dfrac{g^2}{\omega^4 l_2^2}}$ **[5 бодова]** и

коначно $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\sqrt[4]{g^2(m_1^2-m_2^2)(m_1^2 l_1^2 - m_2^2 l_2^2)^3}}{m_1^2 l_1^2 - m_2^2 l_2^2} = 0{,}267$ **[5 бодова]**

2. Три мола идеалног гаса налазе се на температури $T_0 = 273\,K$. Након што се изотермно прошири 5 пута, гас се изохорно рашири тако да му је у коначном стању притисак једнак почетном. У току цијелог процеса гасу је доведено $80\,kJ$ топлоте. Наћи вриједност његове адијабатске константе. **[20 бодова]**

изотермни процес

$n = 3$

$T_0 = 273K$ $T = const.$ $V/V_0 = 5$

изохорни процес

$V = const,$ процес завршава са P_0, $Q = 80000J$, $\kappa = ?$

Рјешење

$A = PV\ln\dfrac{V}{V_0} = PV\ln 5, \kappa = \dfrac{c_p}{c_v} = 1 - \dfrac{R}{c_v}$, **[5 бодова]** затим $A_1 = \Delta A_1 = nc_v T_0(T - T_0)$ **[3 бода]**

$P_0V_0 = nRT_0$, а $P_0V = nRT$, па је $\dfrac{V_0}{V} = \dfrac{T_0}{T}$, $T = 5T_0$ **[2 бода]**

Рад је $A_1 = nc_v(T - T_0) = nc_v T_0(5-1)$, Примљена топлота је $Q = A - A_1 = nRT_0\ln 5 + nc_vT_0(1-5)$ **[5 бодова]**

$c_v = \dfrac{Q - nRT_0\ln 5}{nT_0(1-5)}$, а $\kappa = 1 - \dfrac{R}{c_v} = 1 - \left(\dfrac{nRT_0(1-5)}{Q - nRT_0\ln 5}\right) = 1{,}4$ **[5 бодова]**

3. Да би се измјерио угао φ између компоненти двојне звијезде, испред телескопа се поставља заслон са двије пукотине чији се размак d може мијењати. Промјеном размака уочено је да се први дифракциони минимум јавља за $d = 0,95m$. Уз претпоставку да је таласна дужине $\lambda = 550nm$, наћи φ. **[15 бодова]**

Дифракциона слика обе звијезде даје у фокусној равни низ максимума и минимума , гдје је угаона удаљеност између два нулта максимума појединачних звијезда φ. **[5 бодова]** Смањивање растојања између пукотина повећава ширину максимума, а тиме и угаоно растојање ϑ између сусједних максимума једне дифракционе слике. **[3 бода]**Када се ϑ прошири тако да је једнако 2φ ,**[2 бода]** максимуми једне слике сепоклапају са минимумима друге и долази до затамњења. **[2 бодова]**Из $\vartheta = 2\varphi$ и $\sin\vartheta = \frac{\lambda}{d}$ добије се да је

$\varphi \approx \frac{\lambda}{2d} = 0.06''$ ($\sin\vartheta \approx \vartheta$ за $\vartheta << 1$)**[3 бода]**

4. Радиоактивни изотоп једног елемента има атомску масу $m_A = 40,975305$. Електронским захватом он прелази у стабилни елемент атомске масе $m_B = 40,974836$. Ако претпоставимо да је језгро првог елемента мировало, одредити енергију узмака језгре другог елемента и енергију неутрина који прати ову реакцију. Претпоставити да су маса мировања неутрина и енергија емитованог фотона занемариви. ($m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} kg$, $N_{av} = 6,002252 \cdot 10^{23} mol^{-1}$ $c = 2,9979 \cdot 10^8 m/s$) **[20 бодова]**

$m_A + m_e = m_B + m_\nu + \frac{E_\nu + E_f + E_B}{c^2} \approx m_B + \frac{E_\nu + E_B}{c^2}$ **[2 бода]**. Биланс маса за електронски захват даје

$Q_{EY} = (m_A - m_B)c^2 = E_\nu + E_B = 6,986224 \cdot 10^{-14} J(436,639keV)$ **[3 бода]**

Одржање количине кретања чини једнаким импулс неутрина и елемента m_B :

$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = p_B = \sqrt{2m_B E_B} = \sqrt{2m_B(Q_{EZ} - E_\nu)}$ **[5 бодова]** Након квадрирања ове једначине ($E_\nu > 0$)

добије се $E_\nu = m_B c^2\left(\sqrt{1 + \frac{2Q_{EZ}}{m_B c^2}} - 1\right) = 6,986183104 \cdot 10^{-14} J(436,63644keV)$ **[5 бодова]**

Енергија узмака стабилног атома је

$E_\nu = m_B c^2\left(1 + \frac{Q_{EZ}}{m_B c^2} - \sqrt{1 + \frac{2Q_{EZ}}{m_B c^2}} - 1\right) = 4,0896 \cdot 10^{-17} J(2,556eV)$ **[5 бодова]**

5. Брзина стварања једног изотопа је $q = 10^{13} atoma\ m^{-3}s^{-1}$. За које вријеме ће активност овог изотопа бити $R = 3,7 \cdot 10^8 Bq/kg$ ако му је вријеме полураспада $3,3h$, а густина $\rho = 11650 kg/m^3$? **[15 бодова]**

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N + q$,**[5 бодова]** $N(t) = \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$, **[5 бодова]** $t = \frac{T}{\ln 2}\left(\frac{1}{1 - \frac{\rho R}{q}}\right) = 2,685h$ **[5 бодова]**